**ЕКСПОНЕНЦИЈАЛНE JEДНАЧИНЕ**

Једначине у којима се непозната јавља и као изложилац (експонент) неког степена називају се експоненцијалне једначине.

$$a^{f(x)}=a^{g(x)} ⟺ f\left(x\right)=g(x)$$

**ЗАДАЦИ**

**Задатак 1. Реши експоненцијалну једначину**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **а)** $2^{x}=8$ | **б)** $3^{x}=81$ | **в)** $2^{x+2}=16$ | **г)** $2^{x-1}=32$ |
| $2^{x}=2^{3}$ | $3^{x}=3^{4}$ | $2^{x+2}=2^{4}$ | $2^{x-1}=2^{5}$ |
| $$ x=3$$ | $$ x=4$$ | $$x+2=4$$ | $$x-1=5$$ |
|  |  | $$x=2$$ | $$x=6$$ |

**Задатак 2. Реши експоненцијалну једначину**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **а)** $\left(\frac{2}{5}\right)^{3x}=\left(\frac{2}{5}\right)^{6}$ | **б)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}=64$ | **в)** $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7}=\left(\frac{3}{7}\right)^{3-7x}$ | **г)** $\left(\frac{4}{5}\right)^{x}=\frac{64}{125}$ |
| $$ 3x=6$$ | $\left(2^{-1}\right)^{x}=2^{6}$ | $$3x-7=3-7x$$ | $\left(\frac{4}{5}\right)^{x}=\left(\frac{4}{5}\right)^{3}$ |
| $$ x=2$$ | $$ -x=6$$ | $$10x=10$$ | $$x=3$$ |
|  | $$x=-6$$ | $$x=1$$ |  |

**Задатак 3. Реши експоненцијалну једначину**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **а)** $16^{\frac{1}{x}}=4^{\frac{x}{2}}$ | **б)** $\left(x^{2}+1\right)^{3x-3}=1$ | **в)** $5^{6x-12}=1$ |
| $\left(4^{2}\right)^{\frac{1}{x}}=4^{\frac{x}{2}}$ | $\left(x^{2}+1\right)^{3x-3}=\left(x^{2}+1\right)^{0}$ | $5^{6x-12}=5^{0}$ |
| $4^{\frac{2}{x}}=4^{\frac{x}{2}}$ | $$3x-3=0$$ | $$6x-12=0$$ |
| $$\frac{2}{x}=\frac{x}{2}$$ | $$3x=3$$ | $$6x=12$$ |
| $$x^{2}=4\rightarrow x=\pm 2$$ | $$x=1$$ | $$x=2$$ |

**Задатак 4. Реши експоненцијалну једначину**

|  |  |
| --- | --- |
| **а)** $3^{x^{2}-5x+6}=1$ | **б)** $9^{x^{2}-3x+5}=3^{6}$ |
| $$3^{x^{2}-5x+6}=3^{0}$$ | $$9^{x^{2}-3x+5}=\left(3^{2}\right)^{3}$$ |
| $$x^{2}-5x+6=0$$ | $$9^{x^{2}-3x+5}=9^{3}$$ |
| $$\left(x-2\right)∙\left(x-3\right)=0$$ | $$x^{2}-3x+5=3$$ |
| $x\_{1}=2$$x\_{2}=3$ | $$x^{2}-3x+2=0$$ |
|  | $$\left(x-2\right)∙\left(x-1\right)=0$$ |
|  | $x\_{1}=1$$x\_{2}=2$ |

|  |  |
| --- | --- |
| **Задатак 5. Реши експоненцијалну једначину** | **Задатак 6. Реши експоненцијалну једначину** |
| $2^{x+3}-7∙2^{x}-16=0$$2^{x}∙2^{3}-7∙2^{x}-16=0$$$8∙2^{x}-7∙2^{x}-16=0$$$$2^{x}-16=0$$$$2^{x}=16=2^{4}$$$$x=4$$ | $2^{x}+2^{x+1}+2^{x+2}+2^{x+3}=30$$2^{x}+2∙2^{x}+4∙2^{x}+8∙2^{x}=30$$$2^{x}∙(1+2+4+8)=30$$$$2^{x}∙15=30$$$$2^{x}=2$$$$x=1$$ |

|  |  |
| --- | --- |
| **Задатак 7. Реши експоненцијалну једначину** | **Задатак 8. Реши експоненцијалну једначину** |
| $4^{x}+4^{x+1}=320$$$4^{x}+4∙4^{x}=320$$$$4^{x}∙(1+4)=320$$$$4^{x}∙5=320$$$$4^{x}=64=4^{3}$$$$x=3$$ | $3^{x-1}-4∙3^{x}+33=0$$\frac{3^{x}}{3}-4∙3^{x}+33=0$$$3^{x}-12∙3^{x}+99=0$$$$-11∙3^{x}+99=0$$$$-11∙3^{x}=-99$$$$3^{x}=9=3^{2}$$$$x=2$$ |
| **Задатак 9. Реши експоненцијалну једначину**$4^{x}-5∙2^{x}+4=0$$$\left(2^{2}\right)^{x}-5∙2^{x}+4=0$$$\left(2^{x}\right)^{2}-5∙2^{x}+4=0$ ***смена*** $ t=2^{x}$$t^{2}-5t+4=0$$$\left(t-1\right)∙\left(t-4\right)=0$$$t\_{1}=1$$t\_{2}=4$$\downright $$2^{x}=1=2^{0}$$2^{x}=4=2^{2}$$x\_{1}=0 $$ x\_{2}=2$ |

**Домаћи задатак**

**1. Реши експоненцијалне једначине**

1. $3^{x}=27$
2. $2^{x-1}=64$
3. $7^{5x-10}=1$

**2. Реши експоненцијалну једначину** $2^{x}+2^{x+1}+2^{x+2}=28$

**3. Реши експоненцијалну једначину** $9^{x}-10∙3^{x}+9=0$

**Детаљан домаћи задатак**

**1. Реши експоненцијалну једначину** $5^{x-2}+3∙5^{x-1}=16$

**2. Реши експоненцијалну једначину** $2^{x}+2^{x+1}+2^{x+2}=28$

**3. Реши експоненцијалну једначину** $2∙3^{x+1}-4∙3^{x-2}=450$

**4. Реши експоненцијалну једначину** $10∙2^{x}-4^{x}=16$

**5. Реши експоненцијалну једначину** $9^{x}-10∙3^{x}+9=0$