امتحان رياضيات / علامة واقية

نموذج 035481

اسم الطالب/ة	
الصف	11(1) , 11(2) , 11(3) , 11(10)
التاريخ	05.05.2024

تعليمات للامتحان

أ. **مدة الامتحان: أربع ساعات وربع .**

ب. **مبنى النموذج وتوزيع الدرجات :**

في هذا النموذج ثلاثة فصول : عليك اختيار أربعة أسئلة فقط . على الأقل سؤال واحد من كل فصل.

الفصل الأول : الجبر, هندسة تحليلية والاحتمال :

الفصل الثاني : مثلثات وهندسة مستوية :

الفصل الثالث: تفاضل وتكامل :

المجموع - 100 درجة

ج. **مواد مساعدة يسمح استعمالها:**

1. **حاسبة غير بيانية. لا يسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان .**
2. **لوائح قوانين (مرفقة).**

العلامة النهائية

لمعرفة الإجابات الصحيحة للامتحان
الرجاء زيارة موقع المدرسة

الأسئلة

عليك اختيار <u>أربعة</u> أسئلة فقط . على الأقل سؤال واحد من كل فصل .

الفصل الأول : الجبر , هندسة تحليلية والاحتمال (كل سؤال 25 درجة)

.1

البُعد بين البلدة A والبلدة B هو 50 كم.

خرج داني في الساعة 8:00 من البلدة A وسافر على درّاجة هوائيّة بسرعة ثابتة باتّجاه البلدة B .

خرج يوسف في الساعة 9:00 من البلدة A وسافر على درّاجة هوائيّة بسرعة ثابتة باتّجاه البلدة B .

سرعة سفر داني كانت أكبر بـ 4 كم/الساعة من سرعة سفر يوسف.

عندما وصل داني إلى البلدة B ، كان يوسف في بُعد 24 كم عن البلدة A .

معلوم أنّ داني وصل إلى البلدة B قبل الساعة 11:00 .

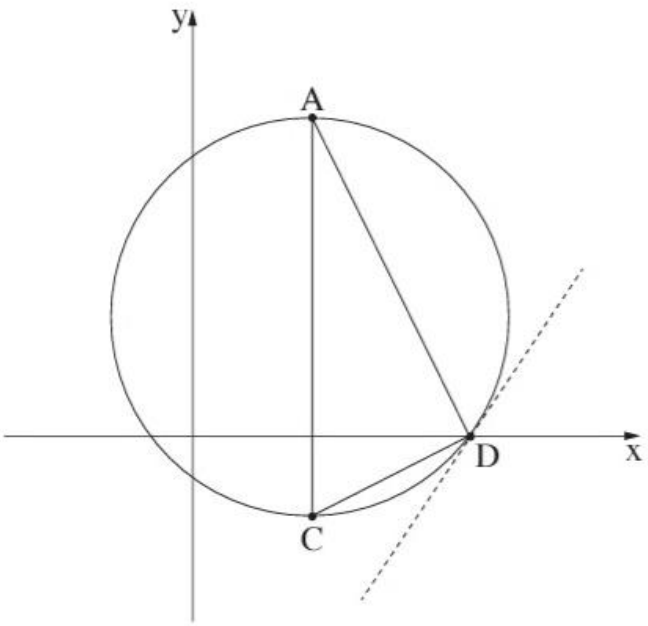
أ. جدوا السرعة التي سافر بها يوسف والسرعة التي سافر بها داني.

في اللحظة التي وصل فيها داني إلى البلدة B ، زاد يوسف سرعة سفره بـ 3 كم/الساعة واستمرّ في السفر بهذه السرعة حتّى وصل إلى البلدة B .

ب. في أيّة ساعة وصل يوسف إلى البلدة B ؟

الإجابة: أ. سرعة داني : 20 كم/الساعة , سرعة يوسف: 16 كم/الساعة ب. 11:52.105

.2



المثلّث ACD محصور في دائرة.

النقطة D تقع على المحور x .

الضلع AC يعامد المحور x (انظروا الرسم).

معطى أنّ: معادلة المستقيم AD هي $y = -2x + 14$ ،

الإحداثيّ y للنقطة A هو 8 .

أ. جدوا إحداثيّات النقطتين A وَ D .

معطى أنّ: $CD = \sqrt{20}$ ، النقطة C تقع في الرُّبْع الرابع.

ب. جدوا إحداثيّات النقطة C .

AC هو قطر في الدائرة.

جـ. جدوا معادلة المماسّ للدائرة في النقطة D .

مرَّروا مماسًّا إضافيًّا للدائرة في النقطة A .

المماسّ للدائرة في النقطة A والمماسّ للدائرة في النقطة D يتقاطعان في النقطة P .

د. جدوا مساحة الشكل الرباعيّ APDC .

الإجابة: أ. $D(7,0), A(3,8)$ ب. $C(3,-2)$ ج. $y = \frac{4}{3}x - \frac{28}{3}$ د. **60**

.3

يوجد في علبة 4 أزرار حمراء وَ 3 أزرار زرقاء.

تلعب دانا بالأزرار:

تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ زرًّا واحدًا من العلبة. إذا خرج زرّ أزرق، فإنّها تعيده إلى العلبة، وإذا خرج زرّ أحمر، فإنّها لا تعيده إلى العلبة. بعد ذلك، تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ زرًّا ثانيًا من العلبة.

أ. ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت زرَّيْن بلونين مختلفين؟

ب. ما هو الاحتمال بأن تكون دانا قد أخرجت على الأكثر زرًّا واحدًا أحمر؟

تلعب رانية ودانا معًا بالأزرار:

رانية ودانا ترميان قطعة معدنيّة متوازنة كُتِب على إحدى جهتيها الحرف A وكُتِب على جهتها الأخرى الحرف B.

إذا نتج الحرف A، تُخرِج دانا بشكل عشوائيّ زرَّيْن من العلبة بالطريقة الموصوفة في مقدّمة السؤال.

إذا نتج الحرف B، تُخرِج رانية بشكل عشوائيّ زرَّيْن من العلبة مع إعادة.

جـ. ما هو الاحتمال بأن يكون الزرّان اللذان خرجا في هذه اللعبة بلونين مختلفين؟

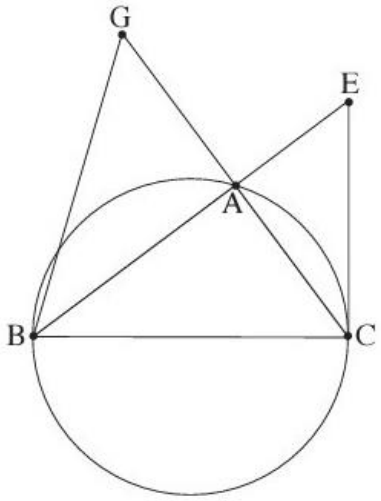
د. معلوم أنّ الزرَّيْن اللذين خرجا في هذه اللعبة كانا بلونين مختلفين.

ما هو الاحتمال بأن يكون الزرّ الأوّل الذي خرج هو أحمر؟

الإجابة: أ. $\frac{26}{49}$ ب. $\frac{5}{7}$ ج. $\frac{25}{49}$ د. $\frac{13}{25}$

الفصل الثاني : الهندسة المستوية ومثلثات (كل سؤال 25 درجة)

.4



المثلّث ABC محصور في دائرة. الضلع BC هو قطر في الدائرة.
النقطة G تقع على امتداد الضلع CA ، كما هو موصوف في الرسم.
مرَّروا عبر النقطة C مماسًّا للدائرة، يقطع امتداد الضلع BA في النقطة E .
معطى أنّ: $AC = AG$.

أ. برهِنوا أنّ: $BG = BC$.

ب. برهِنوا أنّ: $\sphericalangle ECA = \sphericalangle ABG$.

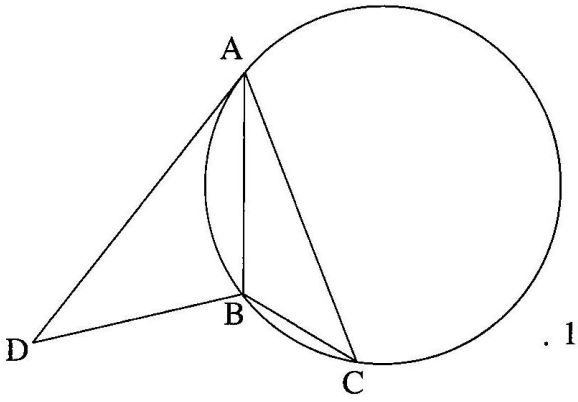
جـ. برهِنوا أنّ: $\Delta ACE \sim \Delta ABG$.

معطى أنّ: $AE \cdot AB = 20.25$.

د. جدوا طول القطعة AC .

الإجابة: أ. برهان ب. برهان ج. برهان د. 4.5

.5



المثلّث ABC محصور في دائرة (انظر الرسم).

معطى أنّ: $AC = 7$ ، $BC = 3$ ، $AB = 5$.

أ. **(1)** جد مقدار الزاوية ACB .

(2) جد نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC .

مرّروا في النقطة A مماسًّا للدائرة.

النقطة D تقع على المماسّ، بحيث مساحة المثلّث DBA هي 12 .

ب. جد طول الضلع AD .

جـ. جد النسبة بين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث DBA وبين نصف قطر الدائرة التي تحصر المثلّث ABC .

الاجابة: أ. (1) $38.21°$ **(2)** 4.041 **ب.** 7.76 **ج.** 0.984

الفصل الثالث : التفاضل والتكامل (كل سؤال 25 درجة)

.6

معطاة الدالّة : $f(x)=\frac{2x-b}{x-4}+1$. b هو پارامتر.

أ. جدوا مجال تعريف الدالّة f(x) .

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة f(x) يقطع المحور y في النقطة (0 , 2.5) .

ب. جدوا b .

عوِّضوا قيمة b التي وجدتموها في البند "**ب**" في الدالّة f(x) ، وأجيبوا عن البنود "**جـ – ز**" .

جـ. جدوا معادلات خطوط التقارب الموازية للمحورين، للدالّة f(x) .

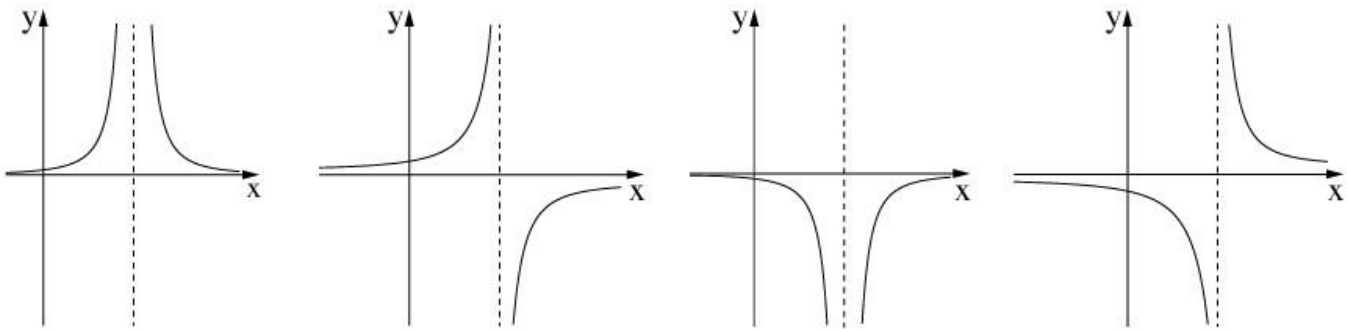
د. جدوا إحداثيّات نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحور x .

هـ. جدوا مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x) (إذا وُجدت مثل هذه المجالات) .

و. ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .

ز. **(1)** أحد الرسوم البيانيّة I–IV التي في آخر السؤال يصف دالّة المشتقّة $f'(x)$.
حدِّدوا أيًّا منها، وعلِّلوا تحديدكم.

(2) احسبوا المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$ والمستقيم $x=1$ والمحور x والمحور y .

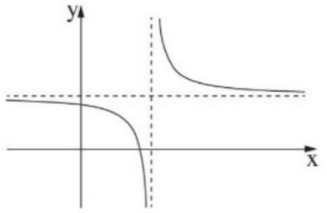


IV **III** **II** **I**

الإجابة:

أ. $x \neq 4$ ب. $b=6$ ج. $y=3$, $x=4$ د. $\left(\frac{10}{3}\ ,0\right)$

ه. مجالات تنازل: $x>4$, $x<4$ **, مجالات تصاعد: لا يوجد**



و.

ز.(1) **II** **(2)** $\frac{1}{6}$

.7

معطاة الدالّة $f(x) = ax \cdot \sqrt{12 - x}$. $a > 0$ هو پارامتر.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور x .

جـ. جد إحداثيّات جميع النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّد نوع هذه النقاط (إذا دعت الحاجة، عبّر بدلالة a)

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

الدالّة $g(x) = f(x) - 32$ تمسّ المحور x .

هـ. **(1)** ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$.

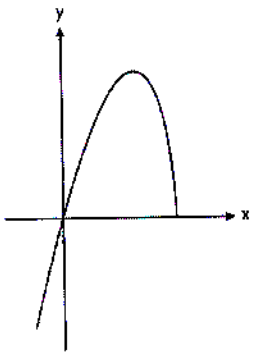
(2) جد a .

الاجابة:

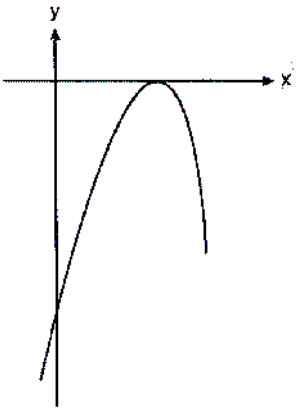
أ. $x \leq 12$

ب. $(0,0)$, $(12,0)$

ج. $max(8,16a)$, $min(12,0)$



د.



ه. (1)

(2) $a = 2$

.8

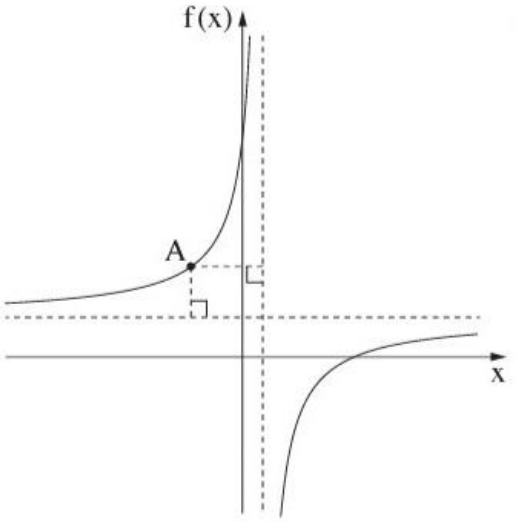
أمامكم رسم للرسم البيانيّ للدالّة $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$ ، المعرَّفة لكلّ $x \neq 1$.

أ. جدوا معادلتَي خطَّي التقارب المعامدَيْن للمحورين، للدالّة $f(x)$.

من النقطة A ، التي تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ في الرُّبْع الثاني، مرَّروا عمودَيْن إلى خطَّي تقارب الدالّة $f(x)$ بحيث يُكوِّن خطّا التقارب والعمودان مستطيلًا.

ب. جدوا إحداثيّات النقطة A التي بالنسبة لها يكون محيط المستطيل أصغر ما يمكن.

جـ. احسبوا مساحة المستطيل بالنسبة لإحداثيّات النقطة A التي وجدتموها في البند "ب".



الإجابة: أ. $x = 1$, $y = 2$ ب. $A(-2\,,5)$ ج. 9

لائحة قوانين في الرياضيات
٤ وحدات تعليمية

الجبر

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $\qquad$ $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ $\qquad$ $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

المعادلة التربيعية: $(a \neq 0)\ ax^2 + bx + c = 0$ $\qquad$ الجذران: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

المتواليات:

	المتوالية الحسابية	المتوالية الهندسية
الدستور التراجعي:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
الحدّ النوني (الحدّ العامّ):	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
المجموع:	$S_n = \dfrac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \dfrac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$	$S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ المجموع اللانهائي: $S = \dfrac{a_1}{1 - q}$

القوى:

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$ ، $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$ ، $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$ ، $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ ، $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

$(b \neq 0 \quad a \neq 0)$

التزايد والتضاؤل: بعد مرور الزمن t: $M_t = M_0 \cdot q^t$ ، q — نسبة التزايد (أو التضاؤل) لوحدة زمن

اللوغريثمات:

$\log_a(a^b) = b$ ، $a^{\log_a b} = b$ ، $\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$ ، $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ ، $\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$

$(a, b, c > 0\ ;\ a, b \neq 1)$

الهندسة التحليلية:

الميل، m ، لمستقيم يمرّ عبر النقطتين (x_1, y_1) وَ (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

معادلة المستقيم $y = mx+b$ الذي ميله m ، والذي يمرّ

عبر النقطة (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

إحداثيات النقطة الوسطى $M(x_M, y_M)$ لقطعة

طرفاها هما $A(x_1, y_1)$ وَ $B(x_2, y_2)$: $x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ، $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

البُعد d بين النقطتين $A(x_1, y_1)$ وَ $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

المستقيمان اللذان ميلاهما m_1 وَ m_2 يتعامدان إذا وفقط إذا $m_1 \cdot m_2 = -1$

معادلة الدائرة التي مركزها (a, b) ونصف قطرها R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

الاحتمال

قانون برنولي – الاحتمال لِـ k نجاحات في n محاولات في التوزيع البينومي عندما

الاحتمال للنجاح هو p : $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ ، $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

الاحتمال المشروط: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ قانون بيس: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

حساب المثلثات

المتطابقات:

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$ $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

قانون الجيب (السينوس): $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R – نصف قطر الدائرة الحاصرة)

قانون جيب التمام (الكوسينوس): $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$ (γ هي الزاوية المحصورة بين a وَ b)

طول قوس α راديانات: $\ell = \alpha R$ مساحة قطاع α راديانات: $S = \frac{1}{2}\alpha R^2$

مساحة المثلث: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α هي الزاوية المحصورة بين b وَ c)

الأجسام في الفراغ

المنشور القائم والأسطوانة القائمة: الحجم: $V = B \cdot h$ (B – مساحة القاعدة، h – ارتفاع الجسم)

مساحة الغلاف: $M = P \cdot h$ (P – محيط القاعدة، h – ارتفاع الجسم)

الهرم والمخروط: الحجم: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – مساحة القاعدة، h – ارتفاع الجسم)

المخروط: مساحة الغلاف: $M = \pi R \ell$ (R – نصف قطر الدائرة، ℓ – الراسم)

حساب التفاضل والتكامل

المشتقّات:

$$(x^t)' = t x^{t-1} \qquad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad (\cos x)' = -\sin x \qquad (\sin x)' = \cos x$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ell n a \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ell n a} \qquad (\ell n x)' = \frac{1}{x}$$

مشتقّة حاصل ضرب دالتين: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

مشتقّة حاصل قسمة دالتين: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

مشتقّة الدالة المركّبة: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ هي مشتقّة u حسب x (مشتقّة داخلية)

وَ $f'(u)$ هي مشتقّة f حسب u (مشتقّة خارجية)

التكاملات: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C \quad (t \neq -1)$ $\int \frac{1}{x} dx = \ell n|x| + C$

إذا كانت $F(x)$ هي الدالة الأصلية للدالة $f(x)$ ، عندها: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$