

Műveletek törtekkel

EGYSZERŰSÍTÉS

A tört számlálóját és nevezőjét is **ugyanazzal** a számmal (bármilyen megfelelő számmal) elosztjuk. Ezt egészen addig csináljuk, amíg már nem találunk olyan számot, amivel a számlálót és a nevezőt is eloszthatjuk. Például:

$$\frac{32}{72} = \frac{4}{9}$$

a számlálót és a nevezőt is 8-cal osztottuk

$$\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

a számlálót és a nevezőt is 5-tel osztottuk

BŐVÍTÉS

A tört számlálóját és nevezőjét is **ugyanazzal** a számmal (bármilyen egész számmal) megszorozzuk. Például:

$$\frac{3}{4} = \frac{48}{64}$$

a számlálót és a nevezőt is megszoroztuk 16-tal

$$\frac{2}{7} = \frac{14}{49}$$

a számlálót és a nevezőt is megszoroztuk 7-tel

RECIPROK

A tört számlálóját és nevezőjét felcseréljük.

$$\frac{3}{4} \text{ reciproka } \frac{4}{3}$$

$$\frac{49}{77} \text{ reciproka } \frac{77}{49}$$

VEGYES SZÁM ÁTALAKÍTÁSA TÖRTTÉ

A vegyes szám egész számból és törtből áll. A nevező marad a tört nevezője. A számlálót pedig úgy kapjuk, hogy az egész számot megszorozzuk a nevezővel és hozzáadjuk a számlálót.

$$6\frac{5}{7} = \frac{47}{7}$$

$$47 = 6 \cdot 7 + 5$$

$$2\frac{4}{9} = \frac{22}{9}$$

$$22 = 2 \cdot 9 + 4$$

EGYNÉL NAGYOBB TÖRT ÁTALAKÍTÁSA VEGYES SZÁMMÁ

A számlálót elosztjuk a nevezővel, de nem megyünk a tizedesvessző mögé! Az eredmény az egészrész, a maradék a számláló, a nevező változatlanul marad.

$$\frac{117}{29} = 4\frac{1}{29}$$

mert 117-ben a 29 megvan 4-szer, a maradék 1.

$$\frac{27}{5} = 5\frac{2}{5}$$

mert 27-ben az 5 megvan 5-ször, a maradék 2.

KÖZÖS NEVEZŐRE HOZÁS

Két törtet összeadásnál és kivonásnál kell közös nevezőre hozni. Például:

$$\frac{5}{12} + \frac{3}{8} = \frac{10}{24} + \frac{9}{24} = \frac{19}{24}$$

Először megkerestük 12 és 8 legkisebb közös többszörösét, ez 24. Ez lesz a közös nevező. A két törtet bővítenünk kell, úgy hogy a nevezőjük 24 legyen. Az első tört nevezőjét, a 12-t, 2-vel kellett megszorozni, hogy 24 legyen, tehát a számlálóját is ugyanennyivel, 2-vel kell megszorozni, így lett belőle 10.

A második tört nevezőjét, a 8-at, 3-mal kell megszorozni, hogy 24 legyen, ezért a számlálóját is 3-mal kell megszorozni, így lett a második tört számlálója 9.

Példa kivonásra:

$$\frac{5}{12} - \frac{3}{8} = \frac{10}{24} - \frac{9}{24} = \frac{1}{24}$$

ÖSSZEADÁS-KIVONÁS

A vegyes számokat összeadhatjuk vagy kivonhatjuk vegyes számként, vagy átalakíthatjuk őket törtté az összeadáshoz és kivonáshoz. Összeadásnál szerintem mindig egyszerűbb vegyes számként elvégezni a műveletet, kivonásnál is általában egyszerűbb vegyes számokkal dolgozni, de előfordul, hogy úgy kényelmesebb, hogy átalakítjuk a számokat törtté. Mutatok jellemző példákat (mindegyik példánál az egyszerűbb megoldást választottam).

Összeadásnál egyszerűbb a vegyes számokat meghagyni és úgy összeadni őket:

$$125\frac{3}{4} + 210\frac{4}{5} = 335\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = 335\frac{15}{20} + \frac{16}{20} = 335\frac{31}{20} = 336\frac{11}{20}$$

Vegyes számok kivonásánál két eset lehetséges.

1. A kisebbítendő (elöl levő szám) törtrésze nagyobb, mint a kivonandó (hátralévő szám) törtrésze.

$$210\frac{4}{5} - 120\frac{3}{4} = 90\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = 90\frac{16}{20} - \frac{15}{20} = 90\frac{1}{20}$$

Ilyenkor mindenképpen egyszerűbb vegyes számként kivonni a számokat.

2. Ha a kisebbítendő törtrésze kisebb, akkor szintén két eset lehetséges.

a) Ha az egészek kis számok, akkor egyszerűbb lehet törtté alakítani a vegyes számot.

$$4\frac{3}{4} - 2\frac{4}{5} = \frac{19}{4} - \frac{14}{5} = \frac{95}{20} - \frac{56}{20} = \frac{39}{20} = 1\frac{19}{20}$$

b) Ha az egészek (főleg, ha még a nevezők is) nagy számok, akkor viszont vegyes számként egyszerűbb kivonni a számokat.

$$69417\frac{4}{999} - 58211\frac{49}{333} = 11206\frac{4}{999} - \frac{49}{333} = 11206\frac{4}{999} - \frac{147}{999}$$

Ilyenkor a törtrészeket nem tudjuk kivonni. Ezért átalakítunk egy egészt 999-edekekre. Ekkor az egészek száma 1-gyel csökken, a mögötte levő törtrész számlálója 999-cel nő, mert

$$1 = \frac{999}{999}, \text{ tehát } 11206\frac{4}{999} = 11205\frac{1003}{999}$$

ezután tudjuk folytatni a kivonást:

$$11205\frac{1003}{999} - \frac{147}{999} = 11205\frac{856}{999}$$

Ha nem hiszed, hogy így egyszerűbb, lássuk tört alakban a kivonást:

$$\begin{aligned} 69417\frac{4}{999} - 58211\frac{49}{333} &= \frac{69347587}{999} - \frac{19384312}{333} = \\ \frac{69347587}{999} - \frac{58152936}{999} &= \frac{11194651}{999} = 11205\frac{856}{999} \end{aligned}$$

Te szeretsz ilyen szép nagy számokkal számolni? Mert én nem. Na melyik volt az egyszerűbb? ☺

SZORZÁS ÉS OSZTÁS

Szorzásnál és osztásnál a vegyes számokat először mindig törtté kell alakítani (lásd feljebb!), mert vegyes számokkal nem tudunk dolgozni!

TÖRT SZORZÁSA TÖRTTEL

Megpróbálunk egyszerűsíteni, ha lehet. Ezt kétféleképpen tehetjük.

- 1) A törtnek a saját számlálóját és nevezőjét osztjuk ugyanazzal a számmal (erről már írtam korábban), vagy
- 2) az egyik tört számlálóját és a másik tört nevezőjét osztjuk ugyanazzal a számmal.

Ha már nem lehet tovább egyszerűsíteni, akkor összeszorozzuk a számlálót a számlálóval és a nevezőt a nevezővel. Ez lesz az eredmény számlálója és nevezője.

Ezután megpróbáljuk a törtet vegyes számmá alakítani.

$$\frac{36}{5} \cdot \frac{15}{9} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{1} = \frac{12}{1} = 12$$

$$\frac{24}{7} \cdot \frac{8}{9} = \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{3} = \frac{64}{21} = 3 \frac{1}{21}$$

TÖRT SZORZÁSA EGÉSZ SZÁMMAL

Ha lehet, akkor elosztjuk a tört nevezőjét az egész számmal. Ez a legszebb megoldás.

$$\frac{7}{12} \cdot 6 = \frac{7}{2} = 3 \frac{1}{2} \quad \text{mert } 12:6 = 2$$

Ha ezt nem lehet, akkor a tört számlálóját megszorozzuk az egész számmal. A szorzás elvégzése előtt megpróbálunk egyszerűsíteni, szorzás után megpróbáljuk vegyes számmá alakítani az eredményt.

$$\frac{7}{12} \cdot 8 = \frac{7 \cdot 8}{12} = \frac{7 \cdot 2}{3} = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

mert a 8-at és a 12-t is 4-gyel osztottuk.

OSZTÁS TÖRTTEL

Itt először az osztó reciprokát vesszük. (Az osztó a második szám – ez van az osztásjel mögött.) Ha ez megvan, akkor a két számot összeszorozzuk (pontosan úgy, ahogy a szorzásnál leírtam). Mindegy, hogy egész számot, vagy törtet osztunk törttel. Első példa:

$$\frac{69}{52} : \frac{48}{77} = \frac{69}{52} \cdot \frac{77}{48} = \frac{23}{52} \cdot \frac{77}{16} = \frac{1771}{832} = 2 \frac{107}{832}$$

Második példa:

$$6 : \frac{5}{7} = 6 \cdot \frac{7}{5} = \frac{6 \cdot 7}{5} = \frac{42}{5}$$

TÖRT OSZTÁSA EGÉSZ SZÁMMAL

Ha lehet, akkor a tört számlálóját elosztjuk az egész számmal. Ha nem lehet, akkor a tört nevezőjét megszorozzuk az egész számmal.

Utána megpróbáljuk egyszerűsíteni és vegyes számmá alakítani.

$$\frac{24}{7} : 8 = \frac{3}{7}$$

$$\frac{23}{7} : 8 = \frac{23}{56}$$

BŐVÍTÉS MAGYARÁZATA RAJZZAL

Tegyük fel, hogy születésnapod van. Kaptál egy epertortát.

Ennek egy része a tiéd, a többi a családé. A tortát 4 részre vágjátok, és abból 3 rész a tiéd, tehát a torta $\frac{3}{4}$ része, és egy rész a családé.

Ezután inkább mindegyik részt még kétfelé vágjátok, tehát a 8 felé vágott tortából 6 szelet a tiéd,

a torta $\frac{6}{8}$ része. Utána mindegyik részt még háromfelé vágjátok, tehát a 24 felé vágott tortából 18 szelet a tiéd,

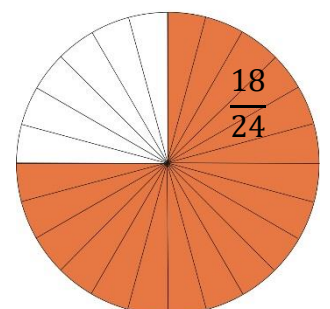
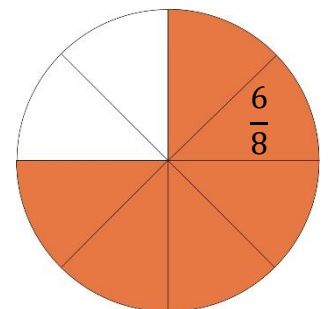
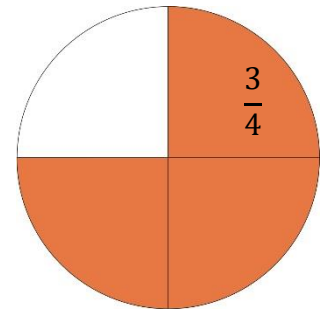
a torta $\frac{18}{24}$ része. Ebből látható, hogy $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{18}{24}$

Először a számlálót (3) és a nevezőt (4) is megszoroztuk **ugyanazzal** a számmal (kettővel), és így a tört értéke nem

változott ($\frac{6}{8}$). Utána a számlálót (6) és a nevezőt (8) is

megszoroztuk **ugyanazzal** a számmal (3), és a tört értéke megint nem változott ($\frac{18}{24}$).

Végül összesen hattal szoroztuk meg a számlálót és a nevezőt is.



$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{18}{24}$$

Diagram illustrating the expansion of the fraction $\frac{3}{4}$ to $\frac{6}{8}$ and $\frac{18}{24}$. Arrows show the multiplication of both numerator and denominator by 2 (from 3 to 6 and 4 to 8) and by 3 (from 6 to 18 and 8 to 24). A larger arrow shows the multiplication of both by 6 (from 3 to 18 and 4 to 24).