LOGARITMUS

A logaritmus definíciója:
„A pozitív *b* szám *a* alapú logaritmusa (ahol *a* egytől különböző pozitív szám) az a *kitevő*, melyre *a*-t emelve *b*-t kapjuk.”
Na, hát ez a szép hivatalos definíció nem volt nagyon érthető. Fussunk neki még egyszer, értelmesebben. ☺
„Egy szám logaritmusa az a **kitevő**, amire a logaritmus alapját kell emelni, hogy a számot megkapjuk.”
Korlátozások, illetve kikötések:

1. csak pozitív számnak lehet logaritmusa (erre kikötést kell csinálni!)
2. a logaritmus alapja csak egytől különböző pozitív szám lehet (ezzel nem szokott gond lenni)

A logaritmikus egyenletek megoldásának alapja:

$$ha \quad log_a x = log_a y$$
$$akkor \quad x = y$$

például:

$$ha \quad log_2(x+4) = log_2(3x-8)$$
$$akkor \quad x+4 = 3x-8$$

vagy (az lg, ugye, 10-es alapú lógaritmust jelent ☺)

$$ha \quad lg(x^2-4) = lg(3x)$$
$$akkor \quad x^2-4 = 3x$$

Ha tehát két szám logaritmusa (és a logaritmus alapja) megegyezik, akkor a két szám is megegyezik!

A logaritmus jelölése:

$$log_2 8 = 3$$

Szóban: Nyolcnak a kettes alapú logaritmusa három.
A logaritmus fenti definíciója alapján a logaritmust felírhatjuk hatványalakban is! Az esetek egy részében ez sokkal egyszerűbbé teszi egy logaritmikus egyenlet megoldását. A fenti példa átalakítása hatványalakba:

$$log_2 8 = 3 \rightarrow 2^3 = 8$$

A logaritmus alapja a hatványalap.
A logaritmus a kitevő.

A két alak összevonásaként a következő alakot kapjuk:

$$2^{log_2 8} = 8$$

(Figyeljük meg, pontosan hol van a két kettes és a két nyolcas!)

Balaskó Attila – angoltanár, nyelvész, fordító, matematika- és fizikatanár
email: balaskoattila@gmail.com

Van két eset, amikor nem írjuk ki a logaritmus alapját. Ilyen a 10 alapú logaritmus és az e alapú logaritmus (az e alapú logaritmust középiskolában nem nagyon használják).
A 10 alapú logaritmus jele lg, például:
lg 100=2

Lássunk néhány példát hatvánnyá alakításra tízes alapú logaritmus esetén:

lg10=1, mert 10^1=10
lg100=2, mert 10^2=100
lg1000000=6, mert 10^6=1000000
(Ahány 0 van az egyes után, annyi a szám 10-es alapú logaritmusa.)

A logaritmikus kifejezéseken különböző átalakításokat végezhetünk (hogy megkönnyítsük a logaritmikus egyenletek megoldását). Lássunk ezekre (10 alapú logaritmusos, ezért jól ellenőrizhető) példákat (a példák alatt az ellenőrzés).

1. logaritmusok összeadása

$lg10 + lg100 = lg(1000)$

$(1 + 2 = 3) \qquad (10 \cdot 100 = 1000)$

2. logaritmusok kivonása

$lg1000 - lg100 = lg10$

$(3 - 2 = 1) \qquad (\frac{1000}{100} = 10)$

3. logaritmus szorzása

$3 \cdot lg100 = lg(1000000)$

$(3 \cdot 2 = 6) \qquad (100^3 = 1000000)$

4. logaritmus osztása

$\frac{lg1000000}{3} = lg100$

$\frac{6}{3} = 2 \qquad (\sqrt[3]{1000000} = 100)$

5. Áttérés egyik alapú logaritmusról a másikra:

$$log_b x = \frac{log_a x}{log_a b} = log_b a \cdot log_a x$$

Hát, ez egy kicsit bonyolult volt, a középiskolai logaritmikus egyenletekben általában ennél egyszerűbben is áttérhetünk más alapú logaritmusra: A logaritmus alapját és a „számot” ugyanannyiadik hatványra emeljük, vagy ugyanannyiadik gyököt vonunk mindkettőből. Példák:

$log_9 81 = 2$ (mert $9^2 = 81$)

Ez igaz. Az egyenlet akkor is igaz lesz, ha pl. a 9-et és a 81-et is négyzetre emeljük:

$log_{9^2} 81^2 = log_{81} 6561 = 2$

Vagy emelhetnénk a 9-et és a 81-et harmadik hatványra is (vagy akárhanyadikra):

$log_{9^3} 81^3 = log_{729} 531441 = 2$

Persze négyzetgyököt is vonhatnánk a számokból (vagy akárhányadik gyököt):

$$log_{\sqrt{9}}\sqrt{81} = log_3 9 = 2$$

És folytathatnánk tovább. Az eredmény akkor is 2 lenne. Tehát így is áttérhetünk más alapú logaritmusra.