

## APLICAÇÃO DO MODELO DE MARKOWITZ EM AÇÕES DO IBRX-50 NA ESTRUTURAÇÃO DE FRONTEIRAS EFICIENTES EM CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS

**RENAN MARCELO DE SOUZA CADAMURO** - renan.cadamuro@gmail.com  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC

**DANIEL CHRISTIAN HENRIQUE** - daniel.henrique@ufsc.br  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA - UFSC

**Resumo:** *A ESTRUTURAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS NO MERCADO DE RENDA VARIÁVEL TEM EXIGIDO MUITO EMPENHO NAS ANÁLISES DAS AÇÕES PARA NÃO INCORREREM EM PERDAS. METODOLOGIAS PARA MINIMIZAR ESSE RISCO DEVEM SER APLICADAS COM O INTUITO DE TORNÁ-LAS MAIS ATRATIVAS, VINDO A SER UM DOS MAIS FAMOSOS O MODELO DE MARKOWITZ PARA ESTRUTURAÇÃO DE FRONTEIRAS EFICIENTES DE RISCO X RETORNO. ESSA PESQUISA APLICOU O MODELO PARA ELABORAÇÃO DE CARTEIRAS ORIUNDAS EXCLUSIVAMENTE DE AÇÕES QUE COMPÕEM O ÍNDICE IBRX-50, POR SE TRATAREM DE ATIVOS DE GRANDE LIQUIDEZ, OFERTANDO MAIOR ATRATIVIDADE AS APLICAÇÕES. OUTRAS TRÊS VERTENTES DESTA FRONTEIRA FORAM CRIADAS: (1) ATRAVÉS DE UM FILTRO NAS AÇÕES DE MAIOR CAPACIDADE FINANCEIRA, VIA ANÁLISE FUNDAMENTALISTA; (2) INCLUSÃO DE AÇÕES COM BETAS MAIORES QUE 1, ORIGINANDO CARTEIRAS AGRESSIVAS E, (3) INSERINDO AÇÕES COM BETAS MENORES QUE 1, ACARRETANDO EM CARTEIRAS CONSERVADORAS. QUATRO CARTEIRAS AINDA FORAM DESTACADAS COM O OBJETIVO DE SUPERAREM O BENCHMARK (IBOVESPA) ASSIM COMO OFERTOU-SE A POSSIBILIDADE DE ANÁLISE DOS RETORNOS DAS CARTEIRAS EM COMPARAÇÃO AO BENCHMARK, ATRAVÉS DAS FRONTEIRAS EFICIENTES DE RETORNOS DO ATIVO X TRACKING ERROR.*

**Palavras-chaves:** *CARTEIRAS DE INVESTIMENTOS; FRONTEIRAS EFICIENTES; MODELO DE MARKOWITZ.*

**Área:** 3 - GESTÃO ECONÔMICA

**Sub-Área:** 3.4 - GESTÃO DE INVESTIMENTOS

# IMPLEMENTATION OF THE MARKOWITZ MODEL SHARES THE IBRX-50 IN STRUCTURING EFFICIENT FRONTIERS IN PORTFOLIO INVESTMENTS

**Abstract:** *THE STRUCTURING OF PORTFOLIO INVESTMENTS IN THE EQUITIES MARKET HAS REQUIRED MUCH EFFORT ON ANALYZES OF SHARES NOT TO INCUR LOSSES. METHODOLOGIES TO MINIMIZE THIS RISK MUST BE APPLIED IN ORDER TO MAKE THEM MORE ATTRACTIVE, BEEN ONE OF THE MMOST FAMOUS MARKOWITZ MODEL FOR STRUCTURING EFFICIENT FRONTIERS OF RISK AND RETURN. THIS RESEARCH APPLIED THE MODEL FOR DEVELOPMENT OF PORTFOLIOS ORIGINATED EXCLUSIVELY OF STOCKS COMPRISING THE INDEX IBRX-50, BECAUSE THEY ARE HIGHLY LIQUID ASSETS, OFFERING MORE ATTRACTIVE APPLICATIONS. OTHER THREE PARTS OF THIS BORDER WERE CREATED: (1) THROUGH A FILTER IN THE ACTIONS OF GREATER FINANCIAL CAPACITY, VIA FUNDAMENTAL ANALYSIS; (2) INCLUSION OF STOCKS WITH BETAS GREATER THAN 1, YIELDING AGGRESSIVE PORTFOLIOS, AND (3) INSERTING STOCKS WITH BETAS LESS THAN 1, RESULTING IN CONSERVATIVE PORTFOLIOS. FOUR PORTFOLIOS WERE FURTHER HIGHLIGHTED WITH THE AIM OF OVERCOMING THE BENCHMARK (IBOVESPA) AS WELL AS OFFERED THE POSSIBILITY OF ANALYSIS OF THE RETURNS OF PORTFOLIOS COMPARED TO BENCHMARK, THROUGH THE EFFICIENT FRONTIERS OF THE ASSET RETURNS X TRACCKING ERROR.*

**Keyword:** *INVESTMENT PORTFOLIOS; EFFICIENT FRONTIERS; MARKOWITZ MODEL.*

## 1. Introdução

Considerado o fortalecimento dos processos gerados pela globalização intensificou-se o intercâmbio entre os países e conseqüentemente, o mercado acionário ganhou e continua a ganhar importância no mercado financeiro internacional. Acompanhando esse movimento, com o objetivo de angariar investimentos externos, muitas economias de países em desenvolvimento procuram se abrir no sentido de possibilitar essas interações, e, com isso, os seus mercados de capitais tornam-se cada vez mais ativos (BM&FBOVESPA, 2010).

Pode-se dizer com o exposto que, na conjuntura atual, o Brasil é detentor de um desses mercados movimentados de países emergentes, que cada vez mais angaria necessidades de investimentos. Entretanto, esse mercado é “de risco com alta instabilidade, [...] o investidor deve dispor de ferramentas, como apoio à decisão que o auxiliem [...] montando uma carteira de ações que possa minimizar o risco e obter boa remuneração” (KAUPA; SASSI, 2011, p.02). No sentido, então, de minimizar o risco, os estudos de Markowitz (1952) tiveram grande relevância na composição dos portfólios. Seu artigo, *Portfolio Selection* culminou no desenvolvimento da Moderna Teoria do Portfólio que, em linhas gerais, permite ao investidor obter uma desejada remuneração com o mínimo de risco disponível dentre as opções de carteiras de ativos.

Frente ao exposto, o principal problema abordado nesta pesquisa é a composição de carteiras de investimentos buscando o aperfeiçoamento da relação risco e retorno do portfólio através da Moderna Teoria do Portfólio de Markowitz aplicada a ações do índice IBRX-50, no período de janeiro a março de 2014. A escolha apenas de ações que compõem este índice decorre de sua grande liquidez no mercado, possibilitando desfazer-se rapidamente dos ativos que venham a se desvalorizar para novas recomposições das carteiras. As possibilidades de variações das carteiras serão desenvolvidas considerando análises fundamentalistas destas ações (análise dos grupos de índices financeiros e de mercado) e os betas das empresas.

## 2. Referencial Teórico

### 2.1 Risco e retorno de um ativo

Com base na história do mercado de capitais, os valores de mercado dos investimentos em ações, assim como os dos títulos de renda fixa, variam ano após ano. Encontrar a relação entre risco e retorno de preferência, nesse cenário real de incerteza, é um das grandes preocupações do investidor (SUCOLOTTI, 2007). Assim, a compreensão adequada das conceituações de risco e retorno é fundamental para análises mais precisas.

Silveira et al. (2009, p. 4), define retorno como “o resultado estimado do capital aplicado no final do investimento”. Ainda, para Marques et al. (2013), “a taxa de retorno de um investimento mede a velocidade de como o valor de um investimento cresce ou diminui”. Assaf Neto (2012) colabora com a temática ao apresentar o cálculo do retorno de um título a partir de séries históricas discretas e contínuas. Respectivamente:

$$R_{ij} = ((A_j - a_{j-1}) / A_{j-1}) \cdot 100$$

Em que:  $R_{ij}$  representa o retorno do ativo “i” no período “j”;  $A_j$  representa o valor do ativo no período “j”;  $A_{j-1}$  representa o valor do ativo no período “j-1”.

$$R_{ij} = \ln (A_j / A_{j-1}) \cdot 100$$

Em que:  $\ln$  representa o logaritmo natural (neperiano)

Conforme definição de Gitman (2008, p. 190): “O valor esperado do retorno [...] é o retorno mais provável de um ativo”. Ross, Westerfield e Jaffe (1995) destacam, por sua vez, que é possível calcular esse valor uma vez possuindo a distribuição de frequência dos retornos, isto é, o número de observações de cada retorno em uma dada série histórica de

retornos. Considerando a média ponderada que, como destaca Kazmier (2007, p. 52), “é uma média aritmética na qual cada valor é ponderado de acordo com a sua importância no grupo como um todo”, o valor esperado de retorno do ativo poderia ser calculado da seguinte forma:

$$R_t = \sum (R_{if} \cdot P_i)$$

Onde:  $R_t$  representa o retorno esperado do ativo “i”;  $R_{if}$  representa o retorno “f” do ativo “i”;  $F$  representa o número de elementos analisados;  $P_i$  representa a probabilidade estimada do retorno.

Uma forma alternativa de cálculo seria considerar que cada retorno tem a mesma probabilidade de acontecer no futuro e utilizar a média aritmética, simplificando a equação:

$$R_t = (\sum_{j=1}^N R_{ij}) / N$$

No qual:  $R_{ij}$  representa o retorno do ativo “i” no período “j”;  $N$  representa o número de períodos passados.

Brigham et al. (2012, apud KOBAYASHI; MENEZES; THEILACKER, 2012) lembram que nenhum investimento por parte do investidor será realizado se a taxa de retorno não for suficientemente boa para recompensá-lo pelo risco assimilado. Portanto, os cálculos de riscos passam a complementar a análise do retorno, dando origem a uma análise conjunta.

Quanto a terminologia risco, é possível encontrar uma grande variedade de definições na literatura. Para Gitman (2008, p. 184), “a palavra risco é usada como sinônimo de incerteza e refere-se à variabilidade dos retornos associados a um ativo”. Alternativamente, Kaupa e Sassi (2011) consideram o risco como a possível variação do rendimento esperado de um investimento, sendo essa variação proporcional ao tamanho do risco assumido, ou seja, quanto maior, maiores poderão ser os ganhos ou as perdas.

Em termos de mensuração do risco, Ross, Westerfield e Jaffe (1995) consideram a variância e o desvio-padrão (variabilidade ou dispersão) como as medidas mais utilizadas. De acordo com Marques et al. (2013), a variância mede o afastamento da taxa de retorno esperada pelo investidor (taxa média de retorno) e pode ser calculada da seguinte forma:

$$\text{Var}(R_i) = \sigma_i^2 = (\sum_{j=1}^N (R_{ij} - R_t)^2) / N$$

Em que:  $R_t$  representa o retorno esperado do ativo “i”;  $R_{ij}$  representa o retorno do ativo “i” no período “j”;  $N$  representa o número de períodos passados;  $\text{Var}(R_i)$  representa a variância do ativo “i”.

Assim como a variância, o desvio-padrão também pode ser utilizado como cálculo da dispersão, pois é simplesmente a raiz quadrada da variância (MARQUES et al., 2013). Então, seu cálculo é o que se segue:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_i^2} = \sqrt{\text{Var}(R_i)} = \sqrt{\sum (R_{ij} - R_t)^2 / N}$$

No qual:  $\text{Var}(R_i)$  representa a variância do ativo “i”;  $\sigma_i$  representa a raiz da variância, ou desvio-padrão do ativo “i”.

Existe uma correlação positiva entre risco e retorno de ativos, de forma que geralmente riscos maiores levam a retornos maiores, e riscos menores, também a retornos menores. Devido a esse fato, torna-se importante, na intenção de elevar os rendimentos, a busca por formas que não comprometam o risco (SILVEIRA et al., 2009).

## 2.2 Diversificação do risco

Assaf Neto (2012, p. 224) resume no que consiste a diversificação do risco:

Por meio do conceito da diversificação, é possível esperar que ativos com risco possam ser combinados no contexto de uma carteira (portfólio) de forma que se apure um risco menor que aquele calculado para cada um de seus componentes. Desde que os retornos

dos ativos não sejam perfeita e positivamente correlacionados entre si, há sempre redução do risco da carteira pela diversificação.

Entretanto, o autor complementa seu raciocínio ao alertar que a redução pela diversificação irá acontecer até um limite, ou seja, não se pode eliminar completamente o risco. Este fato ocorre porque o risco de uma carteira pode ser dividido em risco diversificável e risco sistemático. Segundo Gitman (2008), o risco chamado diversificável está relacionado às causas aleatórias, envolvendo diretamente a empresa; enquanto o risco sistemático (não diversificável) está associado ao mercado como um todo, afetando a todas as empresas inseridas nesse contexto econômico. Fatores macroeconômicos que podem afetar todas as empresas invariavelmente são: a taxa Selic, a inflação, o nível de risco do país, decisões do governo de política de crédito, etc. O risco diversificável, por sua vez, pode ser eliminado com a inclusão de ativos de características diferentes na carteira, reduzindo o perigo de um eventual colapso de um setor ou empresa influenciar os demais que compõem a carteira. Dessa forma, podemos concluir a seguinte equação do risco: Risco total = Risco sistemático + Risco diversificável, conforme comportamento do risco de uma carteira apresentado na Figura 1 a seguir:

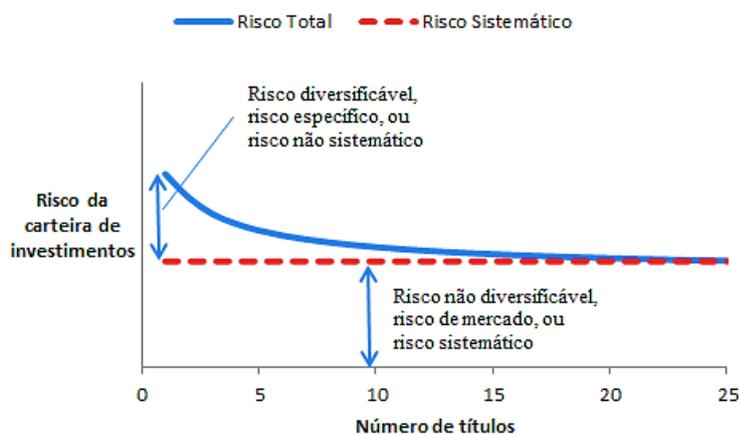


Figura 1 – Risco da carteira de investimentos Fonte: Adaptado de Ross, Westerfield e Jaffe (1995)

É possível observar que, com o aumento do número de títulos (ou ativos) na carteira, o risco é diluído até o limite mínimo, restando apenas o risco não diversificável.

### 2.3 Moderna Teoria do Portfólio

Para Markowitz (1952) o retorno esperado de uma carteira pode ser calculado pela média ponderada dos retornos esperados dos ativos que a compõe, para os quais os pesos representam a participação do ativo no portfólio:

$$R_p = \sum X_i \cdot R_i$$

Onde:  $R_p$  representa o retorno esperado do portfólio “p”;  $X_i$  representa a participação do ativo “i” no portfólio; n representa o total de ativos no portfólio.

Quanto ao risco de uma carteira diversificada, ele “depende não somente do risco de cada elemento que a compõe e de sua participação no investimento total, mas também da forma como seus componentes se relacionam (covariam) entre si” (ASSAF NETO, 2012, p. 232). Dessa forma, o risco de um portfólio de dois ativos, A e B, pode ser definido da seguinte maneira (SILVA, 2008; ASSAF NETO, 2012; KOBAYASHI; MENEZES; THEILACKER, 2012):

$$\sigma_p^2 = (X_A^2 \cdot \sigma_A^2) + (X_B^2 \cdot \sigma_B^2) + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot COV_{A,B}$$

Em que:  $\sigma_p^2$  representa a variância do portfólio “p”;  $\sigma_A^2$  representa a variância do ativo “A”;  $\sigma_B^2$  representa a variância do ativo “B”;  $X_A$  representa a participação do ativo “A” no portfólio;  $X_B$  representa a participação do ativo “B” no portfólio;  $COV_{AB}$  representa a covariância entre os ativos “A” e “B”.

Como pôde ser observado, o cálculo do risco do portfólio com dois ativos foi obtido pela soma dos quadrados. Kazmier (2007, p. 262) expressa que a covariância “mede a extensão para a qual as duas variáveis ‘variam juntas’ [...]” e que em seu cálculo, “um sinal positivo indica uma relação *direta* enquanto um sinal negativo indica uma relação *inversa*”. Sua fórmula, considerando os dois ativos, A e B, é:

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{j=1}^N [(R_{Aj} - \bar{R}_A) \times (R_{Bj} - \bar{R}_B)]}{N}$$

Em que:  $R_A$  representa o retorno esperado do ativo “A”;  $R_{Aj}$  representa o retorno do ativo “A” no período “j”;  $R_B$  representa o retorno esperado do ativo “B”;  $R_{Bj}$  representa o retorno do ativo “B” no período “j”; N representa o número de observações (períodos).

Através da formulação, é possível observar que, se as variáveis “andarem” na mesma direção em relação a sua respectiva média, a covariância tenderá a um valor positivo. Como a covariância não possui uma medição de forma padronizada, recomenda-se utilizar o coeficiente de correlação, cujos valores variam de -1,00 até 1,00 (sendo o mínimo quando as duas variáveis movem-se perfeitamente em direções opostas e o máximo quando se movem perfeitamente na mesma direção). O coeficiente de correlação pode ser definido pela seguinte relação (Kazmier, 2007):

$$\rho_{A,B} = (COV_{A,B}) / (\sigma_A \cdot \sigma_B)$$

Onde:  $\rho_{A,B}$  representa a correlação dos ativos “A” e “B”;  $\sigma_A$  representa o desvio-padrão do ativo “A”;  $\sigma_B$  representa o desvio-padrão do ativo “B”

Com a substituição do coeficiente de correlação na equação do risco da carteira de investimentos, chega-se ao seguinte:

$$\sigma_p^2 = (X_A^2 \cdot \sigma_A^2) + (X_B^2 \cdot \sigma_B^2) + 2 \cdot X_A \cdot X_B \cdot \rho_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$$

Da expressão, é possível afirmar que ativos com menor correlação entre si diminuem o risco do portfólio. Silva (2008, p.05) argumenta que “o modelo mostra a necessidade de se encontrar ativos com baixa correlação entre si, para que possa minimizar as perdas do outro”.

Assim, a avaliação do risco de um portfólio de  $n$  ativos, em conformidade com o exposto e de acordo com Markowitz (1952), é dada pela seguinte expressão:

$$\sigma_p^2 = \sum (X_i^2 \cdot \sigma_i^2) + \sum \sum X_i \cdot X_j \cdot \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

Conforme afirma Marques et al. (2013), o trabalho de Markowitz elimina a ideia de que o risco de um portfólio sempre será reduzido quando da composição de carteiras com a seleção de quaisquer ativos, dada de forma aleatória.

## 2.4 Fronteira eficiente

Dado um conjunto de ativos, é possível formar inúmeros portfólios com a combinação dos mesmos em diferentes participações e obter as mais variadas relações entre risco e retorno. De acordo com Markowitz (1952), um investidor sempre buscará a otimização entre risco e retorno de um portfólio, e isto é dado pela fronteira eficiente. Para um dado retorno, buscará a combinação que traga o menor risco. Para um determinado risco, buscará a relação que traga o maior retorno. Conforme simplifica Assa Neto (2012, p. 242), “na fronteira eficiente, é possível selecionar uma carteira que apresenta, para determinado retorno, o menor risco possível”.



## 4. Análise dos resultados

### 4.1 Fronteira eficiente e restrições

A partir do módulo de otimização de carteiras do Economática® pode-se traçar as curvas que representam as fronteiras eficientes, de acordo com a aplicação de cada uma das restrições supracitadas, para os ativos componentes do índice estudado. O gráfico resultante da aplicação do *software* pode ser observado na Figura 3.

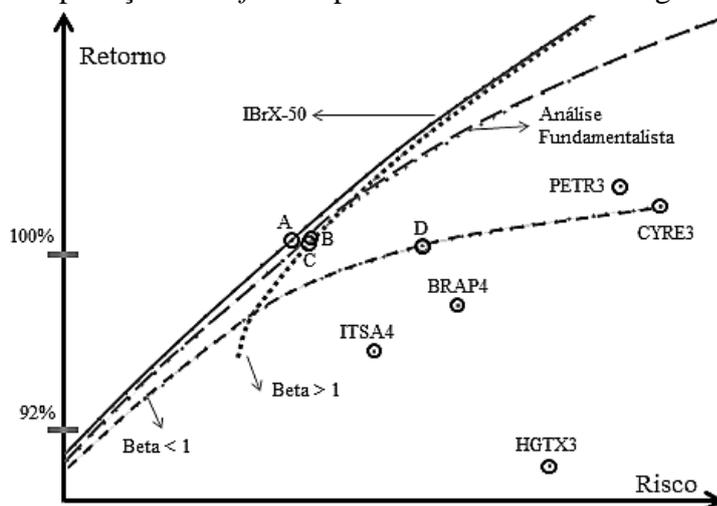


Figura 3 – Fronteiras eficientes de acordo com as restrições Fonte: Autor

No gráfico estão presentes as fronteiras eficientes, pontos representando alguns ativos de referência e os pontos destacados A, B, C e D. Em relação às fronteiras, cada ponto em sua extensão representa uma combinação de ativos, eficientes em relação aos pares de variáveis de risco e retorno, sendo a mais eficiente delas a fronteira do IBrX-50, por apresentarem as melhores opções de retorno para um determinado risco. Os pontos dos ativos representam investimentos compostos por 100% de uma única ação, retornando uma única relação entre risco e retorno. Por outro lado, os pontos representados de A até D representam carteiras otimizadas com o objetivo de superarem o retorno do *benchmark* (retorno ativo positivo) aproximadamente no mesmo patamar. O ponto A representa uma carteira da fronteira eficiente do IBrX-50; o ponto B, uma carteira da análise fundamentalista; o ponto C, carteira do beta acima de 1; e o D, finalmente, do beta abaixo de 1. Salienta-se que por fronteira eficiente do IBrX-50 entende-se a série de carteiras que podem ser compostas mesclando as ações formadoras do índice.

É possível destacar na figura, também, a marca do retorno aproximado do *benchmark* (92%) no eixo do retorno, assim como a marca do retorno aproximado das carteiras que se esperam superar o *benchmark* (retorno ativo aproximado de 4,1%). Observa-se que o comportamento das curvas nesse intervalo apresenta seções distintas.

De uma maneira geral, para retornos próximos do *benchmark*, as fronteiras, com exceção para beta acima de 1,0; remuneram a riscos semelhantes, não havendo tanta diferença entre as mesmas. O mesmo não acontece quando o patamar de retorno atinge valores por volta de 100%. Há uma aproximação da curva de beta acima de 1,0 e um distanciamento do beta abaixo de 1,0 em relação à fronteira mais eficiente considerada. A fronteira eficiente da análise fundamentalista continua próxima.

Conforme se aumenta o retorno desejado, as fronteiras do beta acima de 1,0 e do IBrX-50 se assemelham cada vez mais, enquanto a da análise fundamentalista começa a se distanciar e a do beta abaixo de 1,0 gera uma inclinação que a distancia ainda mais das

demais. As várias relações de risco e retorno das carteiras de A a D e ativos isolados, presentes na Figura 3 são apresentadas numericamente na Tabela 1:

Tabela 1 – Risco e retorno dos portfólios

Portfólio	Retorno	Risco	Ativo	Retorno	Risco
Carteira A	100,3817	55,41007	PETR3	102,9113	78,98918
Carteira B	100,5574	56,86893	CYRE3	101,9559	81,81829
Carteira C	100,2204	56,63955	BRAP4	97,27737	67,31234
Carteira D	100,0928	64,74644	ITSA4	95,07103	61,35479
			HGTX3	89,5912	73,8997

Fonte: Elaborado pelos Autores

Com as informações da tabela constata-se a desvantagem da carteira D em relação às demais para o mesmo retorno. Evidencia-se ainda que, com a seleção de ativos pela análise fundamentalista (carteira B) e posterior otimização da carteira, é viável obter o mesmo retorno com risco semelhante ao da fronteira eficiente composta por todas as ações do IBrX-50 (carteira A). A vantagem operacional da carteira B está no fato de lidar com praticamente metade das opções do índice IBrX-50, além de possibilitar o investimento em um grupo seletivo de confiança do analista ou do investidor, por apresentarem excelentes indicadores financeiros nas análises fundamentalistas.

Por fim, graficamente, permite-se ao investidor a análise de estratégias a serem adotadas de acordo com o retorno desejado. A Figura 4, a seguir, ilustra possibilidades de preferência, em que os pontos E, F e G representam as interseções das fronteiras eficientes e também as mudanças de preferência do investidor. O ponto E, por exemplo, representa o retorno para o qual a estratégia conservadora e a agressiva se igualam. Para retornos acima desse ponto, o analista deve optar pela estratégia agressiva, e para baixo, o contrário, ou seja, estratégia conservadora.

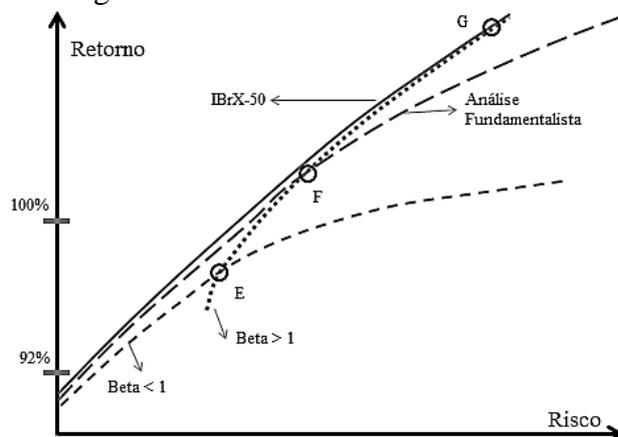


Figura 4 – Pontos de preferência. Fonte: Elaborado pelos autores.

O ponto F ainda mostra o ponto de preferência entre os ativos selecionados pela análise fundamentalista e a estratégia agressiva. Caso o investidor deseje retornos acima do retorno nesse ponto, deve optar pela estratégia de selecionar ativos com beta acima de 1,0. Finalmente, o ponto G representa o ponto o qual, para retornos maiores, a preferência entre a curva do IBrX-50 e da estratégia agressiva é a mesma.

#### 4.2 Tracking error x retorno ativo

As fronteiras eficientes também podem ser apresentadas em termos de retorno ativo e *tracking error*, o que permite uma análise diferenciada, tendo como foco o desempenho relativo ao *benchmark*. Por retorno ativo, entende-se o retorno menor ou maior do ativo ou portfólio em relação ao retorno do *benchmark*. Quanto ao *tracking error*, esse é dado pelo

risco do ativo ou portfólio em relação ao risco do *benchmark*. O resultado obtido pode ser compreendido da Figura 5:

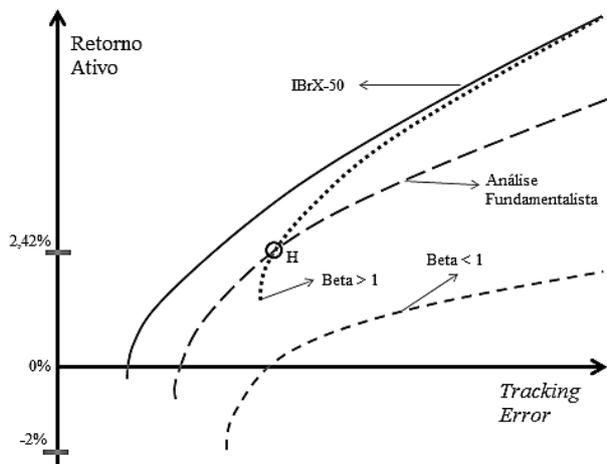


Figura 5 – Fronteiras eficientes em *tracking error* x retorno ativo Fonte: Elaborado pelos autores.

O gráfico permite avaliar as mesmas fronteiras eficientes. Constata-se, entretanto, que o retorno pode assumir valores positivos e negativos. Escolher uma carteira que se localize abaixo da linha de retorno ativo zero significa assumir um risco maior por um retorno menor em relação ao *benchmark*. A análise para retornos ativos positivos, porém, permite a avaliação do custo benefício ao desejar retornos maiores. Como exemplo, o ponto H apresenta um retorno ativo de 2,42% e um *tracking error* de 17,86%. Nesse caso, o *tracking error* representa a penalidade a qual a opção está sujeita pelo retorno escolhido acima do *benchmark*. A medida que se escolhe retornos ativos cada vez maiores, proporcionalmente a penalidade também se acentua, considerando isoladamente cada uma das fronteiras eficientes. Este mesmo ponto também representa um ponto de preferência. Para retornos acima desse ponto, a escolha da estratégia agressiva é prioritária em relação aos ativos da análise fundamentalista. Este ponto é o mesmo ponto F da Figura 4.

## 5 Considerações Finais

A montagem de carteiras de investimentos que possibilitem retornos maiores que aplicações em ativos livres de risco tem se tornado um processo árduo, frente às diversas carteiras que têm gerado retornos negativos no mercado. Desta forma, um filtro de ativos que possuam maior liquidez e capacidade financeira pode ser um ponto de partida que possibilite maiores chances de obter-se melhores resultados. Nesta pesquisa, então, foram geradas carteiras de investimento com todos ativos que compõem o índice IBrX-50, formado pelas ações mais líquidas da BM&FBovespa; na sequência, aplicou-se um segundo filtro através da análise fundamentalista destas ações para consecução de uma carteira com os ativos de melhor desempenho financeiro. Outras duas possibilidades ainda foram ofertadas, para atender perfis que demonstrem maior ou menor aversão ao risco: incluindo ativos com betas maiores que 1 e ativos com betas menores que 1, respectivamente.

Como resultado, foram geradas quatro fronteiras eficientes que demonstram a melhor eficiência em relação aos pares de variáveis de risco e retorno para cada carteira, ficando a encargo do investidor a escolha em conformidade com seu perfil. Ainda, quatro carteiras otimizadas representadas pelos pontos de A até D foram destacadas com o objetivo de superarem o retorno do *benchmark* (retorno ativo positivo) aproximadamente no mesmo patamar. Notou-se uma desvantagem da carteira D em relação as demais. Os pontos de cruzamento das fronteiras (E, F e G) representam os mesmos valores de risco x retorno para diferentes composições de carteiras. Caso o investidor opte por analisar o retorno das carteiras em comparação ao *benchmark*, foram oferecidas as fronteiras eficientes do retorno dos ativos

$x$  tracking error. Cabe um destaque final que, estas são possibilidades de otimização de carteiras de investimentos em um mercado de renda variável, não garantindo nenhum resultado certo. O investidor quem deve ponderar sua propensão a correr riscos em aplicações em carteiras mais ou menos agressivas para obtenção de possíveis melhores retornos.

#### Referências

- ASSAF NETO, A. *Finanças corporativas e valor*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012. 762 p.
- BM&FBOVESPA; (São Paulo). *Introdução ao Mercado de Capitais*. 2010. Disponível em: <<http://lojavirtual.bmf.com.br/LojaIE/Portal/Pages/pdf/merccap.pdf>>. Acesso em: 11 mar. 2014.
- GITMAN, L. J. *Princípios de Administração Financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson A. Wesley, 2008. 745 p.
- KAUPA, P. H.; SASSI, R. J. Redes neurais artificiais e o modelo de Markowitz: comparando técnicas que apóiam a tomada de decisão nos investimentos em ações. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 31., 2011, Belo Horizonte. *Anais eletrônicos ENEGEP*. Belo Horizonte: ABEPRO – Associação Brasileira de Engenharia de Produção, 2011. Disponível em: <[http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2011\\_TN\\_STO\\_140\\_888\\_17962.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2011_TN_STO_140_888_17962.pdf)>. Acesso em: 05 abr. 2014.
- KAZMIER, L. J. *Estatística aplicada à administração e economia*. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2007. 392 p.
- KOBAYASHI, A. T.; MENEZES, E. A.; THEILACKER, E. A. Seleção de carteira de investimento e a teoria da diversificação de Markowitz: uma aplicação em ativos financeiros do cluster ISE. In: Simpósio de Engenharia de Produção, 19., 2012, Bauru. *Simpósio*. Bauru: Unesp, 2012. p. 1 - 14. Disponível em: <[http://www.peteps.com.br/arquivos/4401\\_XIX\\_SIMPEP\\_Art\\_700.pdf](http://www.peteps.com.br/arquivos/4401_XIX_SIMPEP_Art_700.pdf)>. Acesso em: 10 abr. 2014.
- MARKOWITZ, H. M. *Portfolio Selection*. *Journal of Finance*, v. 7, 77-91, 1952.
- MARQUES, S. et al. Comparação de desempenho de carteiras otimizadas pelo modelo de Markowitz e a carteira de ações do IBOVESPA. *Revista Evidenciação Contábil & Finanças*, João Pessoa, v. 1, n. 1, p.20-37, jan./jun. 2013. Semestral. Disponível em: <<http://periodicos.ufpb.br/ojs/index.php/recfin/article/download/16216/9449>>. Acesso em: 01 abr. 2014.
- ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W.; JAFFE, J. F. *Administração Financeira: Corporate Finance*. São Paulo: Atlas, 1995. 698 p.
- SHARPE, W. F. *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk*. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425-4411, 1964.
- SILVA, C. A. G. Gerenciamento de risco da carteira otimizada. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 28., 2008, Rio de Janeiro. *Anais eletrônicos ENEGEP*. Rio de Janeiro: ABEPRO, 2008. Disponível em: <[http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2008\\_TN\\_STO\\_071\\_506\\_10917.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2008_TN_STO_071_506_10917.pdf)>. Acesso em: 12 abr. 2014.
- SILVEIRA, S. A. A. et al. Adesão à Práticas de Governança Corporativa e a Percepção de Risco das Ações Pelo Mercado. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2009, Salvador. *Anais eletrônicos ENEGEP*. Salvador: ABEPRO, 2009. Disponível em: <[http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2009\\_TN\\_STO\\_091\\_615\\_14259.pdf](http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2009_TN_STO_091_615_14259.pdf)>. Acesso em: 15 abr. 2014.
- SUCOLOTTI, L. *Avaliação de desempenho de carteiras: Markowitz x índice bovespa*. 2007. 55 f. TCC (Graduação) - Curso de Administração, Departamento de Departamento de Ciências Administrativas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.