دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

# أسس الإحصـــاء

للسّنة الثّالِثةَ بمرحلة التّعليم الثانوي

( القسم العلمي )

# الدرس الاول

## المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي

1441 / 1442 هـ - 2020 / 2021 م

## الفصل الأول
## نظرية الاحتمالات

نظرية الاحتمالات هي أساس الإحصاء الاستدلالي، فتمدنا بالطرق والأساليب الرياضية التي تساعدنا للوصول إلى أفضل الاستنتاجات والقرارات التي تخضع لدرجة من عدم التأكد، وذلك بسبب دراسة الجزء للاستدلال على صفات الكل. وقبل التطرق لنظرية الاحتمالات سنعرض بعض المصطلحات الإحصائية الهامة التي لها علاقة مباشرة بموضوع الاحتمالات، وهذه المصطلحات هي:

### (1-1) التجربة العشوائية:

تُعرف التجربة العشوائية بأنها أية عملية قد تعطى نتائج مختلفة حتى إذا أعيدت تحت نفس الظروف، ولا يمكن أن نتنبأ أو نحدد بشكل أكيد نتيجتها قبل إجرائها، ولكننا نعرف مسبقـاً كل النتائج التي يمكن الحصول عليها.

**مثال (1-1)**

عند إلقاء قطعة نقدية في الهواء وتركها تعود، في هذه العملية نستطيع مسبقـاً معرفة كل النتائج الممكن الحصول عليها وهي وجه أو ظهر، ولكن لا نعرف مسبقـاً أي نتيجة من هذه النتائج ستظهر حتمـاً، فهذه العملية يطلق عليها تجربة عشوائية.

**مثال (1-2)**

عند إلقاء مكعب نرد في الهواء وتركه يعود، في هذه العملية نستطيع مسبقـاً معرفة كل النتائج الممكن الحصول عليها وهي الإعداد التالية **6,5,4,3,2,1**، ولكن لا نستطيع مسبقـاً تحديد أي نتيجة من هذه النتائج سنحصل عليها، فهذه العملية يطلق عليها تجربة عشوائية.

### مثال (1-3)

إذا كان لدينا **10** طلبة، وأردنا أن نختار منهم طالبـًا واحداً عشوائيـًا، حيث المقصود بالاختيار العشوائي هو اختيار الطالب بطريقة تضمن إعطاء نفس الفرصة لكل طالب من الطلبة العشرة ليكون هو الطالب المختار، أي يجب أن يكون الاختيار خاضعـًا لعامل الصدفة المطلقة دون تدخل العامل البشري فيه، ويتم ذلك بإعطاء رقم لكل طالب، وتكتب هذه الأرقام على بطاقات متماثلة تمامـًا، ثم نضع كل البطاقات في وعاء ونخلطها جيداً ثم نسحب ونحن مغمضي العينين بطاقة، فالرقم الذي على البطاقة هو رقم الطالب المختار، في هذه العملية نعرف مسبقـًا انه سيظهر رقم أحد الطلبة العشرة، ولكننا لا نستطيع أن نحدد مسبقـًا رقم أي طالب من هؤلاء الطلبة سيظهر، وبالتالي فهذه العملية تسمى تجربة عشوائية .

وتعتمد نظرية الاحتمالات على التجارب العشوائية، وبالتالي ستكون التجارب التي نتعامل معها في موضوع هذا الكتاب كلها تجارب عشوائية.

## (1-2) فراغ العينة :

فراغ العينة لتجربة هو المجموعة التي تشمل كل النتائج التي يمكن الحصول عليها من إجراء هذه التجربة .

عند القيام بأي تجربة، تظهر لنا نتيجة واحدة فقط من النتائج التي يشملها فراغ العينة لهذه التجربة، فلا نستطيع الحصول على أكثر من نتيجة من هذه النتائج في نفس الوقت، وبالطبع يختلف فراغ العينة من تجربة لأخرى.

وعادة يرمز للمجموعة التي تمثل فراغ العينة بالحرف **S**، وهي تقابل الفئة الشاملة في موضوع المجموعات، وتسمى كل نتيجة من النتائج التي يشملها فراغ العينة عنصر أو نقطة فراغ العينة.

**مثال (1-4):**

في تجربة إلقاء قطعة نقدية، سنحصل على وجه أو ظهر، فإذا رمزنا للوجه بالحرف **H** ورمزنا للظهر بالرمز **T**، ففراغ العينة لهذه التجربة سنعبر عنه بالمجموعة التالية:

$$S = \{ H , T\}$$

**مثال (1-5):**

في تجربة إلقاء مكعب نرد مرة واحدة، كل النتائج التي يمكن الحصول عليها هي الأعداد: **6,5,4,3,2,1** وبذلك فإن فراغ العينة لهذه التجربة هو:

$$S= \{1,2,3,4,5,6\}$$

**مثال (1-6):**

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين، فكل النتائج التي يمكن أن نحصل عليها هي وجه في الرمية الأولى ووجه في الرمية الثانية **(H H)** ، أو وجه في الرمية الأولى وظهر في الرمية الثانية **(HT)**، أو ظهر في الرمية الأولى ووجه في الرمية الثانية **(T H)** أو ظهر في الرمية الأولى وظهر في الرمية الثانية **(T T)**. النتيجة المكتوبة ناحية اليسار هي نتيجة الرمية الأولى والنتيجة المكتوبة ناحية اليمين هي نتيجة الرمية الثانية، إذن فراغ العينة لهذه التجربة:

$$S= \{ HH , HT , TH , TT \}$$

**ملاحظة:**

فراغ العينة لتجربة إلقاء قطعتي نقود هو نفسه فراغ العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين، فنتيجة القطعة الأولى ستكون مقابلة لنتيجة الرمية الأولى، ونتيجة القطعة الثانية ستكون مقابلة لنتيجة الرمية الثانية.

**مثال (1-7):**

إذا اخترنا عشوائيا، ثلاث وحدات منتجة من آلة معينة، لفحصها ما إذا كانت تالفة أو غير تالفة، فإذا رمزنا للوحدة التالفة بالحرف **D**، وللوحدة غير التالفة بالحرف **N**، فسنعبر عن النتائج كما يلي، فإذا كانت الوحدات الثلاثة غير تالفة فسنكتب نتيجة الفحص **N NN**، وإذا كانت الوحدة الأولى تالفة والثانية والثالثة غير تالفتين فسنكتب النتيجة **DNN**، وهكذا .....، وبالتالي سيكون فراغ العينة لهذه التجربة وهي تجربة فحص ثلاث وحدات منتجة كما يلي :

$$S=\{\ NNN\ ,\ DNN\ ,\ NDN\ ,\ NND\ ,\ DDN\ ,\ DND\ ,\ NDD\ ,\ DDD\ \}$$

**مثال (1-8):**

في تجربة إلقاء مكعبي نرد، فراغ العينة لهذه التجربة سيكون كما يلي :

$$S=\left\{\begin{matrix} (1,1) & (1,2) & (1,3) & (1,4) & (1,5) & (1,6) \\ (2,1) & (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) & (2,6) \\ (3,1) & (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) & (3,6) \\ (4,1) & (4,2) & (4,3) & (4,4) & (4,5) & (4,6) \\ (5,1) & (5,2) & (5,3) & (5,4) & (5,5) & (5,6) \\ (6,1) & (6,2) & (6,3) & (6,4) & (6,5) & (6,6) \end{matrix}\right\}$$

حيث العدد المكتوب ناحية اليسار في كل نتيجة هو العدد الذي يظهر على المكعب الأول والعدد المكتوب ناحية اليمين هو العدد الذي يظهر على المكعب الثاني، فمثلاً النتيجة **(2,3)** تعني ظهور العدد **2** على المكعب الأول وظهور العدد **3** على المكعب الثاني وتقرأ هذه النتيجة ( اثنان، ثلاثة ).

### (1−3) الحدث:

في أية تجربة عشوائية قد نكون راغبين في ظهور نتائج معينة من مجمل النتائج التي يمكن الحصول عليها من هذه التجربة، أي من النتائج التي يشملها فراغ العينة لهذه التجربة، دون النتائج الأخرى، وهذه النتائج المرغوب ظهورها أي حدوثها يطلق عليها مصطلح حدث، ويعبر عن أي حدث بمجموعة، ويرمز عادة للمجموعة التي تمثل الحدث بأحد الحروف **A , B , C**, ... مع عدم استعمال الحرف **S** لأنه يستعمل كرمز لفراغ العينة.

وبما أن النتائج التي تشملها المجموعة الممثلة لأي حدث هي جزء من النتائج الكلية التي يمكن الحصول عليها من التجربة، فبالتالي المجموعة التي تمثل أي حدث يجب أن تكون مجموعة جزئية من فراغ العينة. ومن هنا يعرف الحدث كما يلي:

**الحدث هو مجموعة جزئية من فراغ العينة S .**

## – 4) أنواع الأحداث:

### 1 – الحدث البسيط :

عندما تحتوي المجموعة الجزئية التي تمثل الحدث على نتيجة واحدة فقط من نتائج فراغ العينة، يكون الحدث بسيطاً.

**مثال )1-9(:**

إذا القينا مكعب نرد، ونرغب في ظهور العدد **5**، ففراغ العينة:

$$S= \{1,2,3,4,5,6\}$$

والحدث هنا هو ظهور العدد **5**، وإذا رمزنا له بالحرف A، فنعبر عنه كما يلي:

$$A= \{ 5 \}$$

ونلاحظ أن المجموعة الجزئية التي تمثل هذا الحدث تحتوي على نتيجة واحدة فقط من نتائج فراغ العينة، إذن فهذا الحدث هو حدث بسيط.

### 1- الحدث المركب:

عندما تحتوي المجموعة الجزئية التي تمثل الحدث على أكثر من نتيجة من نتائج فراغ العينة، يكون الحدث مركباً.

**مثال )1-10(:**

إذا القينا مكعب نرد، ونرغب في ظهور عدد أكبر من 3، ففراغ العينة:

$$S= \{1,2,3,4,5,6\}$$

والحدث هنا هو ظهور عدد أكبر من 3، وإذا رمزنا له بالحرف A، فسنعبر عنه كما يلي:

$$A= \{ 4 , 5 , 6 \}$$

ونلاحظ أن المجموعة الجزئية التي تمثل هذا الحدث تحتوي على أكثر من نتيجة من نتائج فراغ العينة، إذن فهذا الحدث هو حدث مركب.

## 2- الحدث المؤكد:

يسمى الحدث حدثاً مؤكداً عندما تحتوي المجموعة الجزئية التي تمثل الحدث على كل نتائج فراغ العينة ، أي أن المجموعة الجزئية التي تمثل الحدث المؤكد تساوى فراغ العينة، فإذا رمزنا للحدث المؤكد بالرمز **A** فإن: **S= A** ، ويعني ذلك أن كل نتائج التجربة تحقق الحدث المرغوب فيه وبالتالي فمن المؤكد أن يتحقق، ومن هنا يطلق عليه الحدث المؤكد.

### مثال (1-11):

إذا ألقينا مكعب نرد، ونرغب في ظهور عدد أقل من **7**، ففراغ العينة لهذه التجربة:

$$S= \{1,2,3,4,5,6\}$$

والحدث المطلوب هنا هو ظهور عدد أقل من **7**، فإذا رمزنا لهذا الحدث بالرمز **A**، فسنعبر عنه كما يلي:

$$A= \{1,2,3,4,5,6\}$$

ونلاحظ أن المجموعة الجزئية التي تمثل هذا الحدث تساوي فراغ العينة. أي أن كل النتائج الممكن الحصول عليها من هذه التجربة تحقق هذا الحدث، حيث أن من المؤكد أن نحصل على عدد أقل من **7** عند إلقاء مكعب نرد، لأن كل الأعداد الموجودة على مكعب النرد هي أعداد أقل من 7، ولذلك يسمى هذا الحدث بالحدث المؤكد.