دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف الأول من مرحلة التعليم الثانوي

الدرس الثاني

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

1-3 إثبات قوانين العمليات على المجموعات :

سندرس في هذا البند إثبات بعض القوانين على المجموعات،باستخدام جداول الانتماء وأشكال فن كتمهيد لاستخدامها في دراسة جبر المجموعات.

1-3-1 جدوال الإنتماء:

تستعمل جداول الانتماء لإثبات قوانين أو علاقات في المجموعات، ويتكون جدول الإنتماء من أسطر يشتمل كل سطر على احتمالات الانتماء ويعتمد عدد الأسطر في جدول الانتماء على عدد المجموعات المكونة للقانون أو العلاقة الرياضية، فمثلاً إذا كان القانون يحتوي على مجموعة واحدة يكون عدد الأسطر في الجدول $2^1 = 2$ أسطر، وإذا كان عدد المجموعات 2 يكون عدد الأسطر $2^2 = 4$ ، وإذا كان عدد المجموعات 3 يكون عدد الأسطر $2^3 = 8$ وهكذا، وباستعمال طريقة الشجرة السالفة الذكر وتعريفات العمليات على المجموعات لتحقيق صحة القانون من عدمه كما هو مبين.

1-3-2 قانون التبديل Commutative Law :

إذا كانت أ ، ب مجموعتين أثبت أن:

1- أ ∩ ب = ب ∩ أ   2- أ ∪ ب = ب ∪ أ

مثال 3: باستعمال جداول الانتماء أثبت أن : أ ∩ ب = ب ∩ أ

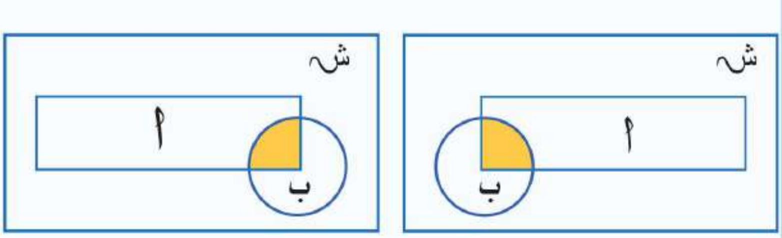
الحل: باستعمال جداول الانتماء (جدول 1) نجد أن القانون يتكون من مجموعتين أ ، ب وبذلك يتكون عدد الأسطر في جدول الانتماء $2^2 = 4$.

أ	ب	أ ∩ ب	ب ∩ أ
∈	∈	∈	∈
∈	∉	∉	∉
∉	∈	∉	∉
∉	∉	∉	∉

=

جدول 1

من الجدول (1) نلاحظ أن أ ∩ ب ، ب ∩ أ يحتويان على نفس رموز الإنتماء، حيث نلاحظ أن العنصر ينتمي إلى أ ∩ ب وينتمي إلى ب ∩ أ إذا كان العنصر أ ينتمي إلى ب أنظر السطر الأول، وعدا ذلك نجد أن العنصر لا ينتمي إلى أ ∩ ب ولا ينتمي إلى ب ∩ أ ، ويمكن استعمال أشكال فن من أن أ ∩ ب = ب ∩ أ.



أ ∩ ب   ب ∩ أ

من الشكل (1-6) نلاحظ أن المنطقة المظللة متساوية في الشكلين مما يؤكد: أ ∩ ب = ب ∩ أ وسوف نترك للطالب إثبات أن: أ ∪ ب = ب ∪ أ.

1-3-4 قانون عدم النمو (الخمود) Idempotent Law :

إذا كانت أ مجموعة فإن أ ∪ أ = أ ، أ ∩ أ = أ حيث أن القانون يحتوي على مجموعة واحدة، سيكون هنا $2^1 = 2$ أسطر فى جدول الانتماء.

أ	أ ∩ أ
$\in$	$\in$
$\notin$	$\notin$

أ	أ ∩ أ
$\in$	$\in$
$\notin$	$\notin$

من جدول (3) نجد أن: أ ∪ أ = أ ، أ ∩ أ = أ

1-3-5 قانون التحييد (قانون الوحدة) Identity Law:

إذا كانت أ مجموعة فإن أ ∪ ∅ = أ ، أ ∩ ش~ = أ

في الحالة الأولى ... حيث أن القانون يحتوي على مجموعة واحدة سيكون عدد الاحتمالات $2^1 = 2$ ويكون عدد الأسطر في جدول الإنتماء = 2 ، وباستخدام جدول الإنتماء (الجدول 4) نجد أن:

جدول -4-

أ	∅	أ ∪ ∅
$\in$	$\notin$	$\in$
$\notin$	$\notin$	$\notin$

من جدول 4 نلاحظ أن: أ = أ ∪ ∅ **، وسوف نترك للطالب إثبات الحالة الثانية** أ ∩ ش~ = أ .

1-3-6 قانون الإحتواء Containment Law:

إذا كانت أ مجموعة فإن أ ∪ ش~ = أ ، أ ∩ ∅ = أ

حيث أن القانون يحتوي على مجموعة واحدة، سيكون عدد الاحتمالات $2^1 = 2$ ويكون عدد الأسطر فى جدول الانتماء= 2، باستخدام جدول الانتماء (الجدول 5) نجد أن:

أ	∅	أ ∪ ∅
$\in$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$

أ	∅	أ ∩ ∅
$\in$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\notin$	$\notin$

جدول -5-

8-3-1 قانون التكميل Complement Law:

إذا كانت أ مجموعة فإن: $\text{أ} \cup \text{أ}' = \text{ش}$ ، $\text{أ} \cap \text{أ}' = \varnothing$

وباستخدام جدول الانتماء يمكن إثبات صحة قانون التكميل.

أ	$\text{أ}'$	$\text{أ} \cup \text{أ}'$	ش
$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$

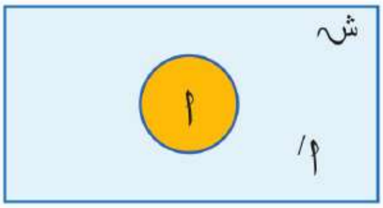
أ	$\varnothing$	$\text{أ} \cap \text{أ}'$	ش
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\notin$

=

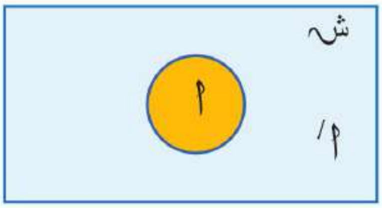
جدول 7

من الجدول(7) نلاحظ أن : $\text{أ} \cup \text{أ}' = \text{ش}$ ، $\text{أ} \cap \text{أ}' = \varnothing$

وباستعمال أشكال فن يمكن توضيح صحة القانون كما في الشكل (1-9).



$\text{أ} \cup \text{أ}' = \text{ش}$



$\text{أ} \cap \text{أ}' = \varnothing$

9-3-1 قانون دي مورجان De Morgan Law:

إذا كانت أ مجموعة فإن:

$(\text{أ} \cap \text{ب})' = (\text{أ}' \cup \text{ب}')$

$(\text{أ} \cup \text{ب})' = (\text{أ}' \cap \text{ب}')$

سنبرهن علي صحة القانون في الصورة الأولى وسنترك برهنة الصورة الثانية للطالب كتمرين . باستخدام جدول الانتماء (جدول 8) نجد أن:

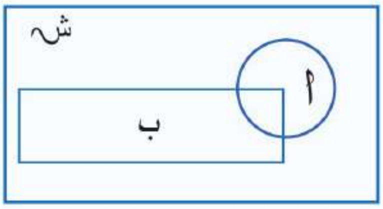
أ	ب	$\text{أ} \cap \text{ب}$	$(\text{أ} \cap \text{ب})'$	$\text{أ}'$	$\text{ب}'$	$\text{أ}' \cap \text{ب}'$
$\in$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\notin$
$\in$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$
$\notin$	$\in$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\notin$	$\in$
$\notin$	$\notin$	$\notin$	$\in$	$\in$	$\in$	$\in$

=

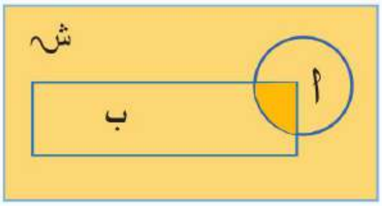
جدول 8

من الجدول(8) نلاحظ أن : (أ ∩ ب)' = (أ' ∪ ب') وباستخدام أشكال فن يمكن توضيح صحة القانون دي مورجان كما في الشكل (1-10).

شكل (1-10)



(أ ∩ ب)'



أ' ∪ ب'

المنطقة المظللة في الشكل (1-10) تمثل (أ ∩ ب)' (6) وتمثل أ' ∪ ب'

وبالتالي تكون (أ ∩ ب)' = (أ' ∪ ب').

ملخص قوانين العمليات على المجموعات:

الرقم	القانون	اسم القانون
1	أ ∩ ب = ب ∩ أ أ ∪ ب = ب ∪ أ	التبديل
2	أ ∩ (ب ∩ جـ) = (أ ∩ ب) ∩ جـ أ ∪ (ب ∪ جـ) = (أ ∪ ب) ∪ جـ	التنسيق
3	أ ∪ أ = أ ، أ ∩ أ = أ	عدم النمو
4	أ ∪ ∅ = أ ، أ ∩ ش~ = أ	التحييد
5	أ ∪ ش~ = أ ، أ ∩ ∅ = أ	الإحتواء
6	أ ∩ (ب ∪ جـ) = (أ ∩ ب) ∪ (أ ∩ جـ) أ ∪ (ب ∩ جـ) = (أ ∪ ب) ∩ (أ ∪ جـ)	التوزيع
7	أ ∪ أ' = ش~ ، أ ∩ أ' = ∅	التكميل
8	(أ ∩ ب)' = (أ' ∪ ب') (أ ∪ ب)' = (أ' ∩ ب')	دي مورجان

جدول (3)