دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

مبادئ الإحصاء

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
«القسم العلمي»

الدرس الثالث

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الجداول المفتوحة :

يسمى جدول التوزيع التكراري جدولاً مفتوحاً إذا لم يُحدد الحد الأدنى للفئة الأولى أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة أو كلاهما ، وذلك لعدم توفر البيانات اللازمة لتحديد البداية أو النهاية ، أو نظراً لوجود قيم قليلة متباعدة في أعلى التوزيع أو أسفله .

والجدول المفتوح من طرفه الأدنى هو الجدول الذي يكون فيه الحد الأدنى للفئة الأولى غير محدد ، والجدول المفتوح من طرفه الأعلى هو الجدول الذي يكون فيه الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد ، أما إذا كان الحد الأدنى للفئة الأولى غير محدد والحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد فيكون الجدول مفتوحاً من الطرفين، ويمكن توضيحها بالأمثلة التالية:

أقل من 5
10 – 6
15 – 11
20 – 16
25 – 21

مفتوح من طرفه الأدنى

5 – 1
10 – 6
15 – 11
20 – 16
21 أو أكثر

مفتوح من طرفه الأعلى

أقل من 5
10 – 6
15 – 11
20 – 16
21 أو أكثر

مفتوح من الطرفين

(2-2) جداول التوزيعات التكرارية المتجمعة :

التوزيعات التكرارية العادية التي درسناها في البند السابق توضح لنا عدد المفردات التابعة لكل فئة من فئات الجدول على حدة، ولكننا أحياناً نرغب في معرفة عدد المفردات التي قيمتها أقل من قيمة معينة أو عدد المفردات التي قيمتها أكثر من أو تساوي قيمة معينة ، فمثلاً في المثال (2 – 4) قد يهمنا معرفة عدد الموظفين الذين مرتباتهم أقل من 50 ديناراً أسبوعياً أو عدد الموظفين الذين مرتباتهم 50 أو أكثر ، ولتوضيح معلومات كهذه يجب وضع التوزيع التكراري في شكل آخر يطلق عليه التوزيع التكراري المتجمع ويوجد نوعان من التوزيعات التكرارية المتجمعة وهي :

1 – التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

يوضح التوزيع التكراري المتجمع الصاعد عدد المفردات التي قيمتها أقل من الحد الأدنى لأي فئة من فئات جدول التوزيع التكراري العادي ، فمثلاً في مثال (2 – 4) نجد أن عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي أقل من 30 ديناراً يساوي صفراً ، أي لا يوجد

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

موظفون يتقاضون أقل من هذه القيمة ، أما عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي أقل من 40 ديناراً يساوي 2، وهو عدد الموظفين التابعين للفئة الأولى وبالنسبة لعدد الموظفين الذين راتبهم أقل من 50 يساوي (2 + 3 = 5)، وهم الموظفون التابعون للفئة الأولى والفئة الثانية ، وهكذا نستمر في عملية التجميع إلى أن نحصل على عدد الموظفين الذين يتقاضون أقل من الحد الأدنى لكل فئة وبالتالي سنحصل على ما يسمى بجدول التكرار المتجمع الصاعد ، وقد سمّي بالصاعد لأن قيمة التكرار في صعود مستمر ، وعند تكوين هذا النوع من الجداول نفترض وجود فئة أكبر من الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكراري العادي ، وبالتالي تكون كل المفردات قيمتها أقل من الحد الأدنى لهذه الفئة ، وسنجد أن أي جدول تكراري متجمع صاعدٍ يبدأ من الصفر وينتهي بالعدد الكلي للمفردات ، والمثال التالي يوضح ذلك :

مثال (2-5) :

كون جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للمثال (2 – 4) الخاص بالراتب الأسبوعي لثلاثين موظفاً .

الحل :

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري المتجمع الصاعد للموظفين الذين مرتباتهم الأسبوعية أقل من قيمة معينة :

جدول (2-9)

الراتب الأسبوعي بالدينار (الفئة)	التكرار المتجمع الصاعد	
أقل من 30	0	
أقل من 40	2	
أقل من 50	5	(3 + 2)
أقل من 60	17	(12 + 3 + 2)
أقل من 70	24	(7 + 12 + 3 + 2)
أقل من 80	30	(6+7+12+3+2)

2 – التوزيع التكراري المتجمع الهابط :

التوزيع التكراري المتجمع الهابط يوضح عدد المفردات التي قيمتها تساوي أو أكثر من الحد الأدنى لأي فئة من فئات جدول التوزيع التكراري العادي ، فمثلاً في مثال (2 – 4) نجد أن عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي 30 أو أكثر هو 30، وهو عبارة عن تكرار الفئة

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الأولى مضافاً إليه تكرارات كل الفئات اللاحقة بها ، وفي نفس الوقت هو عبارة عن العدد الكلي للموظفين، لأن كل الموظفين الذين تمثلهم القيم المشاهدة للبيانات المتوفرة لدينا يتقاضون أسبوعياً 30 ديناراً أو أكثر ، أما عدد الموظفين الذين راتبهم الأسبوعي 40 أو أكثر يساوي 28 موظفاً ، وهم عدد الموظفين التابعين للفئة الثانية والفئات اللاحقة بها ، وهكذا نستطيع أن نحسب عدد المفردات التي قيمتها تساوي أو أكثر من الحد الأدنى لكل فئة وذلك بجمع تكرار الفئة التي نتعامل مع حدها الأدنى مع تكرارات كل الفئات اللاحقة بها ، ولذلك سمي بالتكرار المتجمع ، وسمي بالهابط ؛لأن قيمة التكرار في هبوط مستمر ، وهنا كذلك نفترض وجود فئة أكبر من الفئة الأخيرة في جدول التوزيع التكراري العادي ، وبالتالي يكون عدد المفردات التي قيمتها تساوي الحد الأدنى لهذه الفئة أو أكثر منه هو صفر ، وبالتالي سنجد أن أي جدول تكراري متجمع هابط يبدأ من العدد الكلي للتكرارات وينتهي بالصفر ، وذلك كما هو موضح بالمثال التالي :

مثال (2-6) :

كوّن جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط في مثال (2 – 4) .

الحل :

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري المتجمع الهابط للموظفين الذين راتبهم الأسبوعي يساوي أو أكثر من قيمة معينة :

جدول (2-10)

الراتب الأسبوعي بالدينار (الفئة)	التكرار المتجمع الهابط	
30 أو أكثر	30	
40 أو أكثر	28	(2-30)
50 أو أكثر	25	(3-2-30)
60 أو أكثر	13	(12-3-2-30)
70 أو أكثر	6	(7-12-3-2-30)
80 أو أكثر	0	(6-7-12-3-2-30)

ونستطيع وضع جدول التكرارالمتجمع الصاعد وجدول التكرارالمتجمع الهابط في جدول واحد، فإذا وضعنا جدول (2 – 9) وجدول (2 – 10) معاً فسنحصل على ما يلي :

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

جدول (2-11)

الفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الفئة	التكرار المتجمع الهابط
أقل من 30	0	30 أو أكثر	30
أقل من 40	2	40 أو أكثر	28
أقل من 50	5	50 أو أكثر	25
أقل من 60	17	60 أو أكثر	13
أقل من 70	24	70 أو أكثر	6
أقل من 80	30	80 أو أكثر	0

ونلاحظ من هذا الجدول أن مجموع التكرارين الصاعد والهابط المتقابلين يساوي دائماً المجموع الكلي للتكرارات ، وبالتالي نستطيع أن نستنتج أحد الجدولين بمعرفة الجدول الآخر .

(2-3) جداول التوزيعات التكرارية النسبية :

نستطيع حساب التكرار النسبي لجميع جداول التوزيعات التكرارية سواء خاصة ببيانات وصفية أو بيانات كمية ،وسواء كانت عادية أو متجمعة ، فبصفة عامة التكرار النّسبي لأي فئة نحصل عليه بقسمة تكرار هذه الفئة على العدد الكلي للمشاهدات (التكرارات) أي أن :

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{العدد الكلي للمشاهدات (التكرارات)}}$$

ويمكن التعبير عن التكرار النّسبي بكسر عشري أو نسبة مئوية .

مثال (2-7) :

أوجد جدول التكرار النّسبي لجدول التوزيع التكراري في المثال (2 – 1) الذي يمثل المستوى الدراسي لعشرين عاملة في أحد المصانع .

الحل :

في المثال (2 - 1) الخاص بالمستوى التعليمي لعشرين عاملة ، نجد أن :

التكرار النّسبي للفئة الأولى $= \frac{5}{20} = 0.25$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

أي أن 25 % من العاملات أميات ، وبنفس الطريقة نستطيع أن نحسب التكرار النسبي لجميع الفئات بالجدول، وبالتالي نحصل على الجدول التالي :

جدول (2-12)

المستوى التعليمي (الفئة)	التكرار النسبي
أمي	0.25
ابتدائي	0.40
إعدادي	0.30
ثانوي	0.05
المجموع	1.00

ومن جدول (2 – 12) نفهم أن 25 % من العاملات أميات، 40 % يحملن الشهادة الابتدائية، 30% يحملن الشهادة الإعدادية ، و5% يحملن الشهادة الثانوية ، ويمكن كتابة التكرار النسبي على شكل نسب مئوية بدلاً من كسور عشرية ، وفي هذه الحالة سيكون المجموع 100% .

مثال (2-8) :

أوجد التكرار النسبي لجدول التوزيع التكراري في مثال (2 – 3) الذي يمثل عدد زبائن محل تجاري خلال شهرين .

الحل :

في المثال (2 – 3) الخاص بعدد الزبائن لمحل تجاري ، نجد أن :

$$\text{التكرار النسبي للفئة الأولى} = \frac{8}{60} = 0.13$$

أي أن حوالى 13% من الأيام كان عدد الزبائن فيها يتراوح من 35 إلى 39 .
وبنفس الطريقة نستطيع أن نحسب التكرار النسبي لجميع الفئات بالجدول ، وبالتالي نحصل على الجدول التالي :

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

جدول (2-13)

عدد الزبائن(الفئة)	التكرار النسبي
39 – 35	0.13
44 – 40	0.20
49 – 45	0.33
54 – 50	0.17
59 – 55	0.10
64 - 60	0.07
المجموع	1.00

مثال (2-9) :

كوّن جدول التكرار المتجمّع الصاعد النّسبي للمثال (2 – 5) ، وجدول التكرار المتجمع الهابط النسبي للمثال (2 – 6) .

الحل :

من جدول (2 – 9) بالمثال (2 – 5) نجد أن :

التكرار المتجمع الصاعد لعدد الموظفين الذين راتبهم أقل من 60 هو 17 ، وبالتالي فإن :

التكرار المتجمع الصاعد النسبي لعدد الموظفين الذين راتبهم أقل من 60

هو $\frac{17}{30} = 0.57$

وبنفس الطريقة نستطيع الحصول على التكرار المتجمع النسبي لجميع فئات جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد ولجميع فئات جدول التوزيع التكراري المتجمع الهابط الموضح في جدول (2 – 10) بالمثال (2 – 6) ، وعندئذ نحصل على الجدولين التاليين:

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا