دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

أسس الإحصاء

للسّنة الثّالِثةَ بمرحلة التّعليم الثانوي

(القسم العلمي)

الدرس الثالث

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي

1441 / 1442 هـ - 2020 / 2021 م

(1–6) طرق حساب الاحتمالات:

الاحتمال هو مقياس عددي يعبر عن مقدار ثقتنا في إمكانية ظهور حدث ما غير مؤكد الحدوث عند إجراء تجربة معينة. وتوجد طريقتان لحساب الاحتمال، هما الطريقة التقليدية (الطريقة الكلاسيكية)، والطريقة التجريبية (طريقة التكرار النسبي).

(1–6–1) الطريقة التقليدية:

تستخدم هذه الطريقة عندما تكون كل نتائج التجربة لها نفس فرصة الظهور، ويحسب احتمال حدث ما، بقسمة عدد النتائج التي تحقق الحدث على عدد النتائج الكلية للتجربة، أي بقسمة عدد عناصر الفئة الجزئية للحدث على عدد عناصر فراغ العينة.

فإذا رمزنا لعدد عناصر فراغ العينة بالرمز $n(S)$، ورمزنا لعدد عناصر الفئة الجزئية التي تمثل الحدث A بالرمز $n(A)$، فإن احتمال الحدث A، ويرمز له بالرمز P(A) يحسب كما يلي :

$$\mathbf{P(A)} = \frac{\text{عدد النتائج التي تحقق الحدث } \mathbf{A}}{\text{عدد النتائج الكلية للتجربة}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

ولا نستطيع حساب الاحتمال التقليدي لأي حدث إلا إذا توفر الشرطان التاليان:

1. إذا كانت نتائج التجربة لها نفس فرصة الظهور.

2. أن يكون فراغ العينة للتجربة العشوائية محدود، أي نستطيع أن نحدد عدد عناصره **n(S)**.

مثال (1-24):

عند إلقاء مكعب نرد مرة وحدة واعتبار أن الحدث **A** هو ظهور عدد أكبر من **4** ، فأحسب احتمال **A**.

الحل:

فراغ العينة لهذه التجربــة: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

والفئة الجزئية التي تمثل الحدث **A** هي: $A = \{5, 6\}$

$n(S) = 6$ ، $n(A) = 2$

وبالتالي فإن:

احتمال **A** (احتمال ظهور عدد أكبر من **4**) هو:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6}$$

مثال (1-25):

إذا ألقينا قطعة نقود غير متحيزة، فما احتمال ظهور وجه؟

الحل:

فراغ العينة لهذه التجربة: $S = \{H, T\}$

نفرض أن الحدث **A** هو ظهور الوجه، أي أن:

$$A = \{H\}$$

$n(S) = 2$ ، $n(A) = 1$

واحتمال ظهور وجه هو: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{2} = 0.5$

مثال)1-26(:

إذا اخترنا عشوائيا أسرة من الأسر التي لديها **3** أطفال، وسألنا الأسرة عن كل طفل من أطفالها هل هو ذكر أم أنثى وافترضنا أن فرصة أن يكون المولود ذكراً تساوي فرصة أن يكون المولود أنثى، فأحسب احتمال أن لدى الأسرة بنتين.

الحل :

1. إذا رمزنا للطفل الذكر بالحرف **b**، وللطفل الأنثى بالحرف ***g***، فإن فراغ العينة لهذه التجربة كما يلي:

$$S = \{bbb, bbg, bgb, gbb, bgg, gbg, ggb, ggg\}$$

والمقصود بالنتيجة ***bbb*** أن الطفل الأول ولد والطفل الثاني ولد والطفل الثالث ولد، والنتيجة ***bbg*** تعني الطفل الأول ولد والطفل الثاني ولد والطفل الثالث بنت، وهكذا ...

إذا فرضنا أن الحدث **A** هو أن للأسرة بنتين، فإن الحدث **A** تحققه النتائج الموضحة فيما يلي:

$$A = [bgg . gbg . ggb]$$

$$n(A) = 3 \qquad ،n(S) = 8$$

وبالتالي فإن الاحتمال المطلوب هو:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$$

(1–7) مسلمات الاحتمال:

نستطيع أن نعرف أي احتمال رياضياً، بأنه دالة نطاقها فراغ العينة ومداها فئة الأعداد الحقيقية من **0** إلى **1**. وأي احتمال يجب أن يتمتع بالمسلمات التالية:

1. احتمال أي حدث A يجب أن تكون قيمته في المدى من 0 إلى 1 .أي أن :

$$\mathbf{0 \leq P(A) \leq 1}$$

فأي احتمال لا تزيد قيمته عن **1**، ولا تقل عن **0**، وسنفسر هذه المسلمة في ضوء التعريف التقليدي للاحتمال فيما يلي:

بما أن:

$$\mathbf{P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}}$$

حيث: $n(S)$: عدد عناصر فراغ العينة .

$n(A)$: عدد عناصر الفئة الجزئية التي تمثل الحدث **A** .

وبما أن عدد عناصر الفئة الجزئية $n(\mathrm{A})$ لأي حدث يجب أن يكون محصوراً بين **0** و $n(\mathrm{S})$، أي أن أقل قيمة يأخذها $n(\mathrm{A})$ هي الصفر، وذلك عندما لا تحتوي الفئة

الجزئية التي تمثل الحدث على أي عنصر، وأكبر قيمة يأخذها هي $n(S)$ وذلك عندما تحتوي الفئة الجزئية التي تمثل الحدث على كل عناصر فراغ العينة، وبالتالي فإن:

$$0 \leq n(A) \leq n\ (s)$$

وبقسمة الأطراف الثلاثة لهذه المتباينة على $n(S)$ نحصل على :

$$\frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)}$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

2. احتمال الحدث المؤكد يساوي واحد، واحتمال الحدث المستحيل يساوي صفر، أي أن:

$P(S) = 1$ $\quad$ $P(\emptyset) = 0$

وتفسير هذه المسلمة كما يلي:

إذا كان الحدث **A** حدثـاً مؤكداً، فإن:

A = S **وبالتالي فإن** **n(A) = n(S)**

$$P(A) = P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$$

وإذا كان الحدث **A** حدثـاً مستحيلاً، فإن:

A= ∅ **وبالتالي فإن:** **n(A) = n(∅)**

$$P(A) = P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$$

3. إذا كان الحدثان A , B حدثين متنافيين ، أي الفئة الجزئية التي تمثل الحدث A منفصلة عن الفئة الجزئية التي تمثل الحدث B فإن :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

وتفسير هذه المسلمة كما يلي:

بما أن:

$$\mathbf{P(A)} = \frac{n(A)}{n(S)} \qquad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$\mathbf{P(A \cup B)} = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} =$$

وبما أن الحدثين B.A منفصلان، أي لا توجد عناصر مشتركة بينهما، فإن عدد العناصر الموجودة في مجموعة الاتحاد تساوي عدد العناصر الموجودة في المجموعة **A** مضافاً إليها عدد العناصر الموجودة في المجموعة **B**، أي أن:

$$\mathbf{P(A \cup B)} = \frac{\mathbf{n(A \cup B)}}{\mathbf{n(S)}} = \frac{n(A) + n(B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{\mathbf{n(B)}}{n(S)} = P(A) + P(B)$$

وهذه المسلمة يمكن تعميمها إلى أكثر من حدثين متنافيين، فمثلاً إذا كانت الأحداث A_1 ,A_2 , A_3 , A_4 هي أحداث متنافية فإن:

$$P\ (A_1 U\ A_2 U\ A_3 U A_4) = P\ (A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4)$$

وهكذا ....