



دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

أسس الإحصاء

للسنة الثالثة بمرحلة التعليم الثانوي
(القسم العلمي)

الدرس الرابع

المدرسة الليبية بفرنسا - تور

العام الدراسي

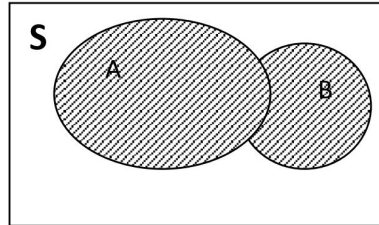
1441 / 1442 هـ - 2020 / 2021 م

(8-1) قانون جمع الاحتمالات:

قانون جمع الاحتمالات هو القانون الذي نحسب منه احتمال اتحاد حدثين أو أكثر، وستعرض فيما يلي لقانون جمع الاحتمالات في حالة حدثين غير متنافيين، وفي حالة حدثين متنافيين.

(1-8-1) قانون الجمع لحدثين غير متنافيين:

إذا كان الحدثان A , B غير متنافيين أي أن الحدثين A , B يمكن أن يحدثا معاً في نفس الوقت، فإن احتمال حدوث الحدث $(A \cup B)$ يعني احتمال حدوث A أو B أو الاثنين معاً، أي ظهور أحد الحدثين على الاقل، وهذا الحدث يمثله الأجزاء المظللة في شكل (4-1).



شكل (4-1)

وا احتمال حدوث الحدث $(A \cup B)$ يساوي عدد العناصر التي تحتويها مجموعة الاتحاد $A \cup B$ مقسوماً على عدد عناصر فراغ العينة، وبما أن عدد عناصر مجموعة الاتحاد يساوي عدد العناصر التي تحتويها A مضافاً إليه عدد العناصر التي تحتويها B مطروحاً منه عدد العناصر التي تحتويها مجموعة التقاطع $A \cap B$ ، لأن عناصر مجموعة التقاطع $(A \cap B)$ قد قمنا بجمعها مرتين، جمعناها مرة مع

المجموعة **A** ومرة أخرى مع المجموعة **B** ، ولذا لا بد من طرحها مرة واحدة حتى نحصل على المجموع الصحيح ، أي أن :

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

وبالتالي احتمال اتحاد أي حدثين غير متنافيين **A** ، **B** يحسب من القانون التالي والذي يطلق عليه قانون جمع الاحتمالات لحدثين غير متنافيين :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

حيث:

$P(A \cup B)$: احتمال ظهور الحدث **A** أو الحدث **B** أو الاثنين معاً. أي احتمال

ظهور أحد الحدثين على الأقل.

$P(A)$: احتمال ظهور الحدث **A**.

$P(B)$: احتمال ظهور الحدث **B**.

$P(A \cap B)$: احتمال ظهور الحدثين **A** و **B** معاً في نفس الوقت.

(2-8-1) قانون الجمع لحدثين متنافيين:

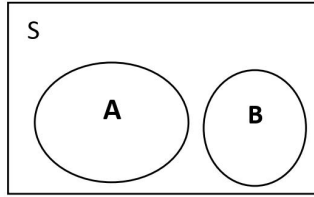
إذا كان الحدثان **A** ، **B** متنافيين أي أن وقوع أحدهما يمنع وقوع الآخر، أي لا

توجد نتائج مشتركة بينهما، أي لا توجد نتائج تحقق الحدث **A** وتحقق الحدث **B** في

نفس الوقت ، كما هو واضح في شكل (5-1)، وبذلك استحالة حدوثهما معاً، أي أن:

$$A \cap B = \emptyset$$

$$P(A \cap B) = 0$$



شكل (5-1)

وبالتالي عندما يكون الحدثان A, B متنافيين، فإن احتمال حدوث الحدث

$A \cup B$ ، يعني احتمال ظهور الحدث A أو ظهور الحدث B ، ويحسب كما يلي :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

لاحظ أننا في هذه الحالة لا نستعمل عبارة (أو الاثنین معاً) لأن الحدثین

متنافیان ولا يمكن الحصول عليهما معاً.

كما يجب الانتباه أن وجود أو في الاحتمال المطلوب، يعني الاحتمال

المطلوب هو احتمال فئة الاتحاد، ونستطيع حسابه من قانون جمع الاحتمالات.

مثال (26-1):

عند إلقاء مكعب نرد مرة واحدة ما هو احتمال الحصول على رقم فردي أو

رقم أكبر من 3؟



$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

فراغ العينة لهذه التجربة:

لنفرض أن:

الحدث A يمثل حدث ظهور رقم فردي.

الحدث B يمثل حدث ظهور رقم أكبر من 3.

$$A = \{1, 3, 5\} \quad P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B = \{4, 5, 6\} \quad P(B) = \frac{3}{6}$$

$$A \cap B = \{5\} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

وبما أن:

وبما أن مجموعة التقاطع ليست مجموعة خالية، إذن الحدثان غير متنافيين؛

ولحساب الاحتمال المطلوب نستخدم القانون التالي:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

مثال (1-27):

إذا علمت أن احتمال نجاح طالب ما في مادة الإحصاء يساوي 0.70، واحتمال

أن ينجح في مادة الرياضة 0.65، واحتمال أن ينجح في المادتين معاً 0.52، فأحسب

احتمال أن ينجح في إحدى المادتين على الأقل.



احتمال أن ينجح الطالب في إحدى المادتين على الأقل، يعني احتمال أن

ينجح في الإحصاء أو أن ينجح في الرياضة أو أن ينجح في المادتين معاً، فهنا حدث

النجاح في الإحصاء وحدث النجاح في الرياضة غير متنافيين. فإذا فرضنا أن:

الحدث **A** يمثل النجاح في الإحصاء.

الحدث **B** يمثل النجاح في الرياضة.

فلاحتمال المطلوب هو: $P(A \cup B) = ?$

والاحتمالات المعطاة هي:

$$P(A)=0.70 \quad , \quad P(B)= 0.65 \quad , \quad P(A \cap B) = 0.52$$

وحيث أن الحدثين **A** ، **B** غير متنافيين، فإن الاحتمال المطلوب هو :

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= 0.70 + 0.65 - 0.52 = 0.83 \end{aligned}$$

مثال (1-28):

عند إلقاء مكعب نرد مرة واحدة ما هو احتمال ظهور عدد زوجي أو 5؟



فراغ العينة لهذه التجربة: $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

لنفرض أن:

الحدث **A** يمثل حدث ظهور عدد زوجي.

الحدث **B** يمثل حدث ظهور العدد 5.

$$A = \{ 2, 4, 6 \} \quad P(A) = \frac{3}{6}$$

$$B = \{ 5 \} \quad P(B) = \frac{1}{6}$$

$$(A \cap B) = \{ \} \quad P(A \cap B) = 0$$

وبما أن مجموعة التقاطع مجموعة خالية، إذن الحدثان متنافيان، ولحساب

الاحتمال المطلوب نستخدم القانون التالي:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$