دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف الأول من مرحلة التعليم الثانوي

الدرس الخامس

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

3-2 الأسس السالبة Negative Indices

تأمل $6^3 \times 6^3$

$$\frac{6^3}{6^5} = \frac{6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{1}{6 \times 6} = \frac{1}{6^2}$$

ولكن نستخدم القانون الثاني للأسس:

$$6^3 \times 6^{-5} = 6^{(3-5)} = 6^{-2} \quad \therefore \quad 6^{-2} = \frac{1}{6^2}$$

وبالمثل:

$$\frac{س^2}{س^3} = \frac{س \times س}{س \times س \times س} = \frac{1}{س}$$

و $س^2 \div س^3 = س^{(2-3)} = س^{-1}$

$\therefore س^{-1} = \frac{1}{س}$

وعموما :

(1) $أ^{-ن} = \frac{1}{أ^{ن}} \quad (أ \neq 0)$ ، $أ^{-ن}$ هو المعكوس الضربي $أ^{ن}$

يمكن أيضا استخدام جميع قوانين الأسس التي استخدمناه للأسس الموجبة مع الأسس السالبة

(2) $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{-ن} = \left(\frac{ب}{أ}\right)^{ن} \quad (أ ، ب \neq 0)$

مثال 14: عبر عن كل ما يأتي مستخدما أسا موجبا:

(أ) $أ^{-5}$ (ب) $2ب^{-5}$ (جـ) $ت^{-4} \times ت^3$

(أ) $ذ^4 \div ذ^9$ (ب) $3(س^2)^{-3}$ (جـ) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$

الحل:

(أ) $أ^{-5} = \frac{1}{أ^5}$ (ب) $2ب^{-5} = \frac{1}{ب^5}$ (جـ) $ت^{-4} \times ت^3 = ت^{-4+3} = \frac{1}{ت}$

(د) $ذ^4 \div ذ^9 = ذ^{4-9} = ذ^{-5} = \frac{1}{ذ^5}$ (ب) $3(س^2)^{-3} = 3س^{-6} = \frac{1}{س^6}$ (جـ) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$

4-2 الأس الكسرية Fractional Indices

تأمل $3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}}$ باستخدام القانون الأول للأسس $= 3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 3^{1} = 3$

ولكن $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$

$\therefore 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$

وبالمثل: $2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = 2^{1} = 2$

و $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{2} = 2$

$\therefore 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt{3}$

> **بصفة عامة**
>
> $\text{أ}^{\frac{1}{\text{ن}}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{أ}}$ حيث ن = 1، 2، 3، ...

تأمل $(\text{س}^{3})^{\frac{1}{2}}$ إذا كان الأس $\frac{1}{2}$ يمكن استبداله بإشارة الجذر التربيعي $(\text{س}^{3})^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\text{س}^{3}}$ باستخدام القانون الثالث للأسس: $(\text{س}^{3})^{\frac{1}{2}} = \text{س}^{\frac{3}{2}}$

عموما:

$\text{أ}^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{أ}^{\text{م}}}$ ، $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{-\frac{\text{م}}{\text{ن}}} = \left(\frac{\text{ب}}{\text{أ}}\right)^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}}$ ب $\neq 0$، حيث ن = 1، 2، 3، ...

مثال 15: اختصر:

(أ) $27^{\frac{1}{3}}$ (ب) $(\text{س}^{6})^{\frac{1}{2}}$

الحل:

(أ) $27^{\frac{1}{3}} = (3^{3})^{\frac{1}{3}}$

$= 3^{3\times\frac{1}{3}}$

$= 3^{1} = 3$

(ب) $(\text{س}^{6})^{\frac{1}{2}} = \text{س}^{6\times\frac{1}{2}}$

$= \text{س}^{3}$

مثال 16: أعد $\sqrt[3]{\text{د}^{2}}$ كتابة مستخدما أسا وحيدا:

الحل $\sqrt[3]{\text{د}^{2}} = \text{د}^{\frac{2}{3}}$

مثال 17:

(أ) $\sqrt{16^{3}}$ (ب) $125^{\frac{2}{3}}$ (جـ) $\left(\frac{64}{215}\right)^{-\frac{4}{3}}$

الحل:

(أ) $\sqrt{16^{3}} = 16^{\frac{3}{2}} = (4^{2})^{\frac{3}{2}}$

(ب) $125^{\frac{2}{3}} = (5^{3})^{\frac{2}{3}} = 5^{2} = 25$

(جـ) $\left(\frac{64}{215}\right)^{-\frac{4}{3}} = \left(\frac{215}{64}\right)^{\frac{4}{3}} = \left(\sqrt{\frac{125}{64}}\right)^{4} = \frac{5}{4} = \frac{625}{256}$

5-2 حل المعادلات التى تتضمن أسسا Solving Equations involving Indices

المعادلة على الصورة $2^{س}=64$ تسمى معادلة أسية، المجهول هو الأس أو القوة، إحدى طرق الحل هو التعبير عن طريق المعادلة بأساس مشترك.

إذن: $2^{س} = 2^{6} \Rightarrow س = 6$ (بمساواة الأسين)

مثال 18: إذا كان $د^{4}=81$ أوجد قيمة د :

الحل:

$$د^{4}=81 \Rightarrow د^{4} = 3^{4} \Rightarrow د = 3$$

مثال 19: (أ) إذا كان $2^{م} = 32$ أوجد قيمة م (ب) إذا كان $3^{ن} = \frac{1}{81}$ أوجد قيمة ن.

الحل:

(أ) $2^{م} = 32 \Rightarrow 2^{م} = 2^{5} \therefore م = 5$

(أ) $3^{ن} = \frac{1}{81} \Rightarrow 3^{ن} = \frac{1}{3^{4}} = 3^{-4} \therefore ن = -4$

مثال 20:

(أ) إذا كان $\text{أ}^{\frac{1}{2}} = 3$ أوجد قيمة أ (ب) إذا كان $7^{\text{ر}} = \sqrt{343}$ أوجد قيمة ر.

(جـ) إذا كان $4^{\text{ن}} = \frac{1}{8}$ أوجد قيمة ن.

الحل:

(أ) $\text{أ}^{\frac{1}{2}} = 3 \Leftarrow (\text{أ}^{\frac{1}{2}})^2 = 3^2 \Leftarrow \text{أ}^{2\times\frac{1}{2}} = 9 \quad \therefore \text{أ} = 9$.

(ب) $7^{\text{ر}} = \sqrt{343} \Leftarrow 7^{\text{ر}} = \sqrt{7^3} \Leftarrow (7^3)^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{3}{2}} \quad \therefore \text{ر} = \frac{3}{2} \Leftarrow \text{ر} = 1\frac{1}{2}$

(جـ) $4^{\text{ن}} = \frac{1}{8} \Leftarrow (2^2)^{\text{ن}} = \frac{1}{2^3} \Leftarrow 2^{2\text{ن}} = 2^{-3} \quad \therefore 2\text{ن} = -3 \Leftarrow \text{ن} = -\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

ملحوظة:
أ- نربع الطرفين.
ب - عبر عن أحد الأيمن بنفس الأساس مثل الحد الأيسر (الأساس 7).
جـ- عبر عن بالطرفين والأساس 2.

مثال 21:

حل المعادلة $2^{\text{س}} = 0.125$

الحل:

لدينا $2^{\text{س}} = 0.125$

$\Leftarrow \quad 2^{\text{س}} = \frac{1}{8}(0.125) = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

$\Leftarrow \quad 2^{\text{س}} = 2^{-3}$

بمساواة الأسين إذن $\text{س} = 3$

الحالة السابقة مثال للدوال الأسية على الصورة ن$^{\text{س}}$ =ب حيث يمكن التعبير عن ب بدلالة قوة ن.