دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

أسس الإحصاء

للسّنة الثّالِثة بمرحلة التّعليم الثانوي

(القسم العلمي)

الدرس السابع

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي

1441 / 1442 هـ - 2020 / 2021 م

(2-2) التوزيعات الاحتمالية:

كما علمنا أن المتغيرات العشوائية تنقسم إلى نوعين وهما، المتغيرات العشوائية المتقطعة والمتغيرات العشوائية المستمرة، وبالتالي ستنقسم التوزيعات الاحتمالية هي الأخرى إلى نوعين، فإذا كان التوزيع الاحتمالي خاص بمتغير عشوائي متقطع فيسمي توزيع احتمالي متقطع، وإذا كان التوزيع الاحتمالي خاص بمتغير عشوائي مستمر فيسمي توزيع احتمالي مستمر. وفيما يلي سنتعرض لتعريف كل نوع من هذين النوعين.

(2-2-1) التوزيع الاحتمالي المتقطع (المنفصل).

التوزيع الاحتمالي المتقطع عبارة عن جدول يحتوي على كل القيم التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائي المتقطع مقرونة باحتمالاتها، وأحيانا يعبر عن التوزيع الاحتمالي بصيغة رياضية معينة تسمي **دالة كتلة الاحتمال** ويرمز لها بالرمز.

$f(x)$ وهي تعطي الاحتمالات التي تأخذها القيم المختلفة للمتغير العشوائي المتقطع **X** .

فإذا كان لدينا المتغير العشوائي المتقطع **X** فنستطيع التعبير عن التوزيع الاحتمالي بدالة كتلة الاحتمال كالتالي.

$$\boxed{f(x) = P(X = x)}$$

وبالتعويض في دالة كتلة الاحتمال عن اية قيمة من قيم المتغير العشوائي نحصل عن احتمال الحصول على تلك القيمة، أي أن قيمة دالة كتلة الاحتمال هي احتمال، فمثلا $f(5)$ هو احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي المتقطع **X** القيمة **5** أي:

$$f(5) = P(X=5)$$

تعريف التوزيع الاحتمالي المتقطع:

هو عبارة عن جدول يشمل كل القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي المتقطع مقرونة باحتمالاتها، ويعبر عن احتمالات القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي المتقطع بصيغة رياضية تسمي دالة كتلة الاحتمال.

مثال (2-5):

إذا ألقينا مكعب نرد مرة واحدة، وكان المتغير العشوائي **X** يمثل العدد الذى يظهر على الوجه. فهنا القيم التي يمكن أن يأخذها هذا المتغير العشوائي هي القيم:

6,5,4,3,2,1

والتوزيع الاحتمالي (دالة كتلة الاحتمال) لهذا المتغير يمثله جدول **(2–1)**.

جدول (2–1)

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

ويمكن التعبير عن هذا التوزيع الاحتمالي بالصيغة الرياضية $f\ (x)$ والتي يطلق عليها دالة كتلة الاحتمال، حيث :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} & x = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

حيث المقصود بكلمة (otherwise) لأية قيمة أخرى، أي قيمة دالة كتلة الاحتمال تساوي صفر لأية قيمة أخرى غير القيم المحددة وهي **1،2،3،4،5،6**. ويجب ان يتحقق في أي توزيع احتمالي متقطع (أي في أية دالة كتلة احتمال) الشرطان التاليان:

(1) $0 \leq f(x) \leq 1$ لأن $f(x)$ تمثل احتمال، ونعلم ان أي احتمال يجب ألا يكون سالبا ولا يزيد عن الواحد الصحيح.

(2) $\sum f(x) = 1$ لأن $\sum f(x)$ هو عبارة عن مجموع احتمالات كل القيم التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائي المتقطع والتي تعتمد على كل نتائج فراغ العينة أي أن:

$$\sum f(x) = P(S) = 1$$

شرطي التوزيع الاحتمالي المتقطع:

(1) $0 \leq f(x) \leq 1$ لأي قيمة x.

(2) $\sum f(x) = 1$

من دالة كتلة الاحتمال للمتغير العشوائي المتقطع **X**، نستطيع تحديد احتمال أية قيمة يمكن ان يأخذها هذا المتغير العشوائي **X**، وذلك بالتعويض مباشرة في دالة كتلة الاحتمال بالقيمة المراد حساب احتمال أن يأخذها المتغير العشوائي المتقطـــع **X** .

مثال)2-6(:

إذا ألقينا قطعة نقدية واحدة مرتين، وكان المتغير العشوائي **X** يمثل عدد المرات التي نحصل فيها على وجه.

أ. حدد القيم التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائـــــــــي **X** .

ب. اوجد التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير العشوائـــــــــي.

جـ . عبر عن هذا التوزيع الاحتمالي بصيغة رياضية لدالة الاحتمال $\boldsymbol{f(x)}$.

د. أحسب الاحتمالات التالية:

$$\mathbf{P(x \geq 1), p(x > 1), p(x = 0)}$$

الحـل:

أ. لتحديد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي، يجب أولا كتابة فراغ العينة لهذه التجربة العشوائية وهي رمى قطعة نقدية مرتين، حيث:

S = { HH , HT , TH ,TT }

القيم $\boldsymbol{x}$ التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائي موضحة في جدول **(2-2)**

جدول (2-2)

النتيجة	x
HH	2
HT , TH	1
TT	0

إذن القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي الذي يمثل عدد المرات التي نحصل فيها على وجه عند إلقاء قطعة نقدية مرتين هي: **0،1،2.**

ب. التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير العشوائي يوضحه جدول **(2–3)**، حيث احتمال أي قيمة $f(x)$ هو عدد نتائج فراغ العينة المناظرة لهذه القيمة مقسوما على عدد النتائج الكلية (عدد عناصر فراغ العينة).

جدول (2–3)

x	0	1	2
$f\ (x)$	1/4	2/4	1/4

جـ. الصيغة الرياضية لهذا التوزيع الاحتمالي المتقطع، أي دالة كتلة الاحتمال$f(x)$ هي:

$$f(x) = \begin{cases} 1/4 & x = 0\,,2 \\ 2/4 & x = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

د. الاحتمـــالات المطلوبـــــة:

$$P(X = 0) = f\ (0) = \frac{1}{4}$$
$$P(X > 1) = f\ (2) = \frac{1}{4}$$
$$P(X \geq 1) = f(1) + f\ (2) = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$