دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع الثامن

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

4 - 3 - 1 المتغير المستقل والمتغير التابع

Independent and depende nt variable

المتغير الذي مجموعته الشاملة هي نطاق دالة ما يسمى بالمتغير المستقل والمتغير الذي مجموعته الشاملة هي مدى الدالة يسمى بالمتغير التابع فالدالة التي على صورة :
ص= د(س) فالمتغير س هنا هو المتغير المستقل وأن المتغير ص هي المتغير التابع ولعل الحكمة في هذا أن تعريفنا للدالة بأن المتغير س هو الأصل ، وأما ص المتغير التابع لقيم س بمعنى أن قيم ص تتوقف على قيم س بطريقة تحددها طبيعة الدالة د.

4 - 4 الدالة الصريحة

يقال عن الدالة د بأنها صريحة إذا كان معطاة بالمعادلة
ص= د(س) مثل ص = $3\,\text{س}^{2} - 5\text{س} + 11$

أي أن المتغير التابع في أحدى طرفي المعادلة التي تعرف دالة والطرف الآخر لا يحتوي الإ على المتغير المستقل .

وقد تكون الدالة الصريحة على صورة س = د(ص) .

تعريف : يقال للدالة أنها دالة حقيقية إذا كان كل من مجالها ومجالها المقابل هو مجموعة الأعداد الحقيقية أو مجموعة منها ومن تلك الدوال .

4 - 5 الدالة كثيرة الحدود

ليكن د: ح ⟵ ح دالة معرفة بالقاعدة

$\text{د(س)} = \text{أ}_{ن}\,\text{س}^{ن} + \text{أ}_{ن-1}\,\text{س}^{ن-1} + ... + \text{أ}_{2}\,\text{س}^{2} + \text{أ}_{1}\,\text{س} + \text{أ}_{0}$ ، $\text{أ}_{ن} \neq 0$ ،

$\text{أ}_{ن}$، $\text{أ}_{ن-1}$، .... أ_{2} ، أ_{1} ، أ_{0} أعداد حقيقية تسمى الدالة د دالة كثيرة الحدود من الدرجة ن
(جميع الأسس صحيحة غير سالبة) وتسمى الأعداد $\text{أ}_{ن}$ ، $\text{أ}_{ن-1}$ ،........، أ_{2} ، أ_{1}، أ_{0} معاملاته
ويسمى معامل اكبر قوى المعامل الرئيسي

مثلاً :-

1 . د(س) = $5\text{س}^{4} - 2\text{س}^{3} + 12$ دالة كثيرة الحدود من الدرجة الرابعة ، ∀س ∈ ح .

2. د(س) = $\text{س}^{2} + 3\text{س} - 7$ دالة كثيرة الحدود من الدرجة الثانية نطاقها ∀س ∈ ح

ملاحظات :

1 . في حالة ن = 3 تكون الصورة العامة للدالة كثيرة الحدود

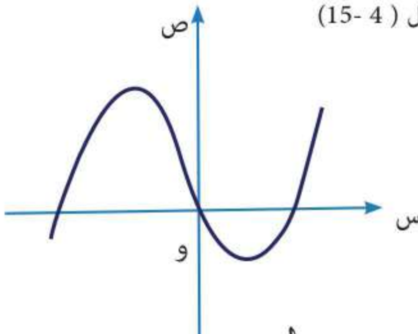
$\text{ص} = \text{أ}_{3}\,\text{س}^{3} + \text{أ}_{2}\,\text{س}^{2} + \text{أ}_{1}\,\text{س} + \text{أ}_{0}$ ، $\text{أ}_{3} \neq 0$ ، س ∈ ح

دالة من الدرجة الثالثة (دالة تكعيبية)

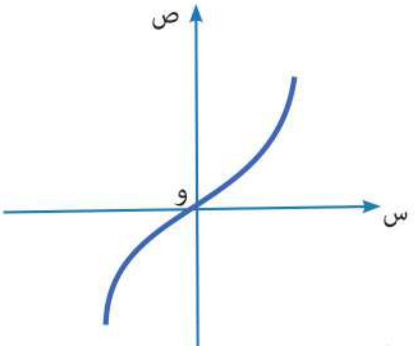
مثلاً ص = $\text{س}^{3} - 2\text{س}$ نطاقها ح ،مداها ح ، ص = س^{3}، ∀س∈ح، ∀ص∈ح

بيانها على الترتيب كما هو بالشكلين (4 - 14أ)، (4 - 14ب)

بالشكل (4 -15)



بالشكل (4_ 14 أ)



بالشكل (4_ 14 ب)

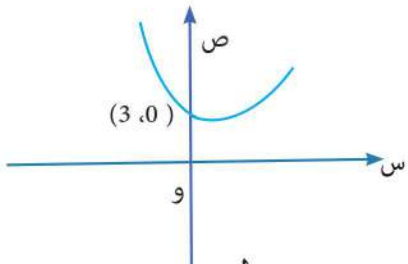
2 -**في حالة ن = 2 تكون الصورة العامة للدالة كثيرة الحدود**

ص = أ$_2$س^2 + أ$_1$س + أ$_0$ ، أ$_2$ ≠ 0

دالة من الدرجة الثانية (الدالة تربيعية)

مثلاً : ص = س^2 - 2س + 3 بيانها كما هو بالشكل

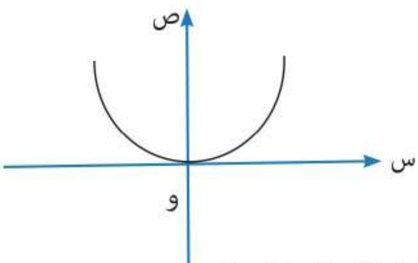
(4 - 15 أ) نطاقها ح ومداها [2 ، ∞)



بالشكل (4_ 15أ)

ص = س^2 **بيانها كما هو بالشكل** (4 - 15 ب)

نطاقها ح ومداها [0 ، ∞)



بالشكل (4_ 15ب)

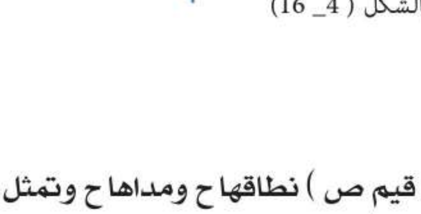
3 - **في حالة ن = 1** نحصل على دالة خطية من الدرجة الأولى وتعرف كما يلي :

د : ح ← ح **حيث د (س) = ص** = أ$_1$ س + أ$_0$ ، أ$_1$ ≠ 0

فمثلاً : ص = $\frac{3}{2}$ س + 3

بيانها كما هو بالشكل (4 - 16)

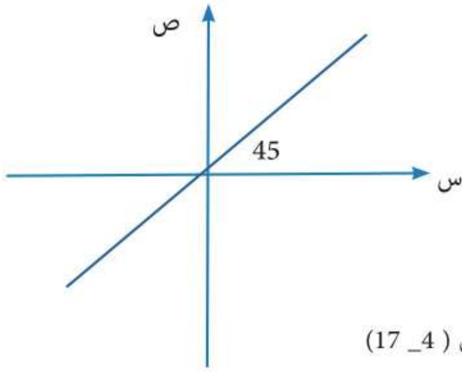
نطاقها ∀ س ∈ ح ومداها ∀ ص ∈ ح



بالشكل (4_ 16)

حالات خاصة

أ) ص = س يسمى دالة محايدة (قيم س هي نفسها قيم ص) نطاقها ح ومداها ح وتمثل مسقيم يمر بنقطة الأصل ويميل على محور السينات بزاوية 45° في الإتجاه الموجب لمحور السينات

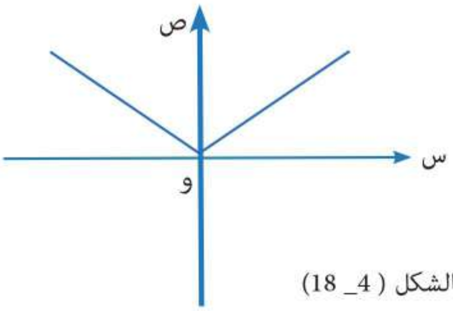


بالشكل (4_ 17)

ب) ص = | س | تسمى دالة القيمة المطلقة وتكتب على النحو التالي :

$$|س| = \begin{cases} س & س \geq 0 \\ -س & س < 0 \end{cases} \quad ، \quad \sqrt{س^2} = |س|$$

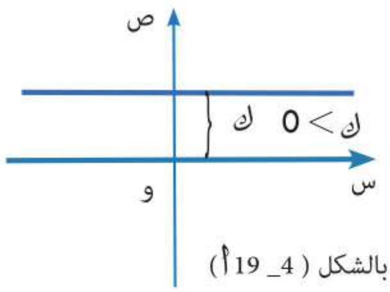
مجال الدالة . مجموعة الأعداد الحقيقية ومداها [0 ، ∞)



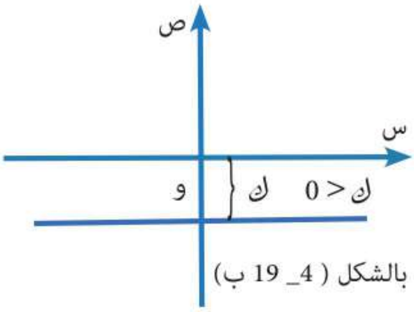
بالشكل (4_ 18)

4 - **في حالة** ن = 0 نحصل على دالة ثابتة وتعرف كما يلي :

د : ح ← ح حيث د (س) = ك، ك ∈ ح وتمثل بيانياً بخط مستقيم // **محور السينات ويمر بالنقطة** (0، ك) كما هو بالشكل



بالشكل (4_ 19أ)



بالشكل (4_ 19 ب)

4 - 6 الدالة الكسرية

هي الدالة التي يمكن كتابتها والتعبير عنها

د(س) = $\frac{ن(س)}{ع(س)}$ فإن د معرفة بشرط أن المقام ع (س) = 0 مجال الدالة هو حميع

الأعداد الحقيقية ماعدا التي تجعل المقام يساوي صفر، مداها حسب التعويض في المعادلة

فمثلاً : ص = $\frac{س}{س - 3}$ ، س $\neq 3$

، ص= $\frac{1}{س}$ ، س $\neq 0$

4 - 7 الدالة الجدرية

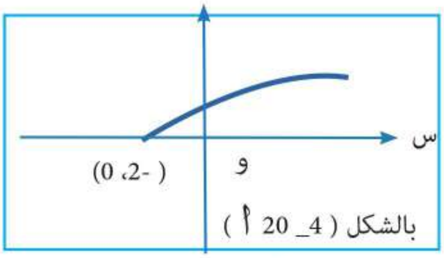
هي الدالة التي يمكن كتابتها والتعبير عنها

ص = $\sqrt{د(س)}$ مجال الدالة مجموعة الأعداد الحقيقية التي تجعل مابداخل الجدر أكبر من أو يساوي صفر بمعنى :

د (س) $\geqslant 0$

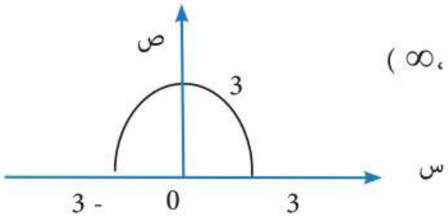
مثلاً : ص = $\sqrt{س + 2}$ ، س + 2 $\geqslant 0$

س $\geqslant$ - 2 $\Leftarrow$ نطاقها [- 2 ، ∞) مداها [0 ، ∞)



بالشكل (4_ 20 أ)

، ص = $\sqrt{9 - س^2}$ نطاقها [- 3 ، 3] مداها [0 ،∞)



بالشكل (4_ 20 ب)

مثال :2

عين نطاق (مجال) الدالة ص = $\sqrt{س - 5}$

الحل :

س − 5 $\geqslant 0$ $\Leftarrow$ س $\geqslant 5$

فيكون نطاق د هو [5، ∞)

مثال :3

عين نطاق الدالة س = $\frac{س + 3}{س - 2}$

الحل :

بالنسبة للدالة مجالها ح ، المقام $\neq 0$

س − 2 $\neq 0$ ∴ س $\neq 2$ فيكون نطاق الدالة

$\forall$ س $\in$ ح - { 2 }

مثال 4:

عين نطاق الدالة ص = $\frac{س}{\sqrt{س - 3}}$

الحل:

الدالة معّرفة بشرط أن س − 3 >0 $\Leftarrow$

س > 3 فيكون مجال الدالة $\forall$ س $\in$ (3،∞)

تمرين 4 – ب:

عين نطاق ومدى مما يأتي :

أ د(س)= 8

ب ص = $\sqrt{س + 2}$

جـ ص= $\frac{5س}{1 - 2س}$

د ص= | س - 4|

هـ ص= $\sqrt{4 - س^2}$

و ص= $\sqrt{س^2 - 4}$

4 - 8 جبر الدوال

فيما سبق درست العمليات الجبرية المعرفة بالجمع والطرح والضرب والقسمة على الأعداد ، فالعمليات الجبرية المذكورة تطبق أيضاً على الدوال تماماً .

لتكن د1 ، د2 دالتين ، فإن الدوال

$د_1 \pm د_2$ ، $د_1 . د_2$ ، $\frac{د_1}{د_2}$ ، $\frac{د_2}{د_1}$ هي مجموعة الأزواج (س، ص) بحيث يمثل س العناصر المشتركة التي تنتمي إلى نطاق كل من الدالتين أي ؛ س∈ نط د1 ∩ نط د2 والعنصر ص يمثل العمليات الأربع السالفة الذكر ،

العمليات الجبرية للدوال تعرف بما يلي :

$د_1 \pm د_2 = \{ (س،ص) س \in نط د_1 \cap نط د_2 ، ص = د_1(س) \pm د_2(س) \}$

$د_1 . د_2 = \{ (س،ص) س \in نط د_1 \cap نط د_2 ، ص = د_1(س) . د_2(س) \}$

$د_1 \div د_2 = \{ (س،ص) س \in نط د_1 \cap نط د_2 ، ص = \frac{د_1(س)}{د_2(س)} ، د_2(س) \neq 0 \}$

ملحوظة :

إن $د_2 \neq 0$ تعني أن $\frac{د_1}{د_2}$ تكون معّرفة فقط بحذف أي عنصر س ∈ نط $د_2$ ويجعل $د_2(س) = 0$

مثال 1:

إذا كانت د1(س) = س^2 + 1، د2(س) = س − 2 ن الدوال الآتية :

أ) $د_1 + د_2$ ، ب) $2د_1 - 3د_2$ جـ) $د_1 . د_2$ ء) $\frac{د_1}{د_2}$ ، $\frac{د_2}{د_1}$

∵ نط $د_1$ = ح ، نط $د_2$ = ح ∴ نط $د_1$ ∩ نط $د_2$ = ح

أ) $(د_1 + د_2)(س) = د_1(س) + د_2(س)$

$= س^2 + 1 + س - 2$

$= س^2 + س - 1$

ب) $2د_1 - 3د_2 = 2(س^2 + 1) - 3(س - 2)$

$= 2س^2 - 3س + 8$

جـ) $د_1 . د_2 : ح \longleftarrow ح$ حيث

$(د_1 . د_2)(س) = (س^2 + 1)(س - 2)$

د) $\frac{د_2}{د_1}(س) = \frac{س - 2}{س^2 + 1}$ ، س ∈ ح

❖ **تذكر في حالة نط $د_1$ ∩ نط $د_2$ = ∅ فإن الدوال الجبرية تكوت غير معرفة**