



# مُبادئ الإحصاء

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي  
«القسم العلمي»

الاسبوع الثامن

المدرسة الليبية بفرنسا - تور

العام الدراسي:  
2020 / 2021 هـ . 1441 / 1442 م.

#### 4-4) المنوال :

المنوال هو القيمة أو الصفة الأكثر شيوعاً في البيانات ، أي القيمة أو الصفة التي لها أكبر تكرار ، أي التي تتكرر أكثر من غيرها من القيم أو الصفات .

ويحسب المنوال كما يلي:

##### 1 - في حالة البيانات غير المبوبة :

في هذه الحالة لا توجد أي عمليات حسابية لإيجاد المنوال ، كل ما يتطلبه إيجاد المنوال هو معرفة القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها ، وذلك كما هو واضح في المثال التالي :

مثال (14-4) :

أوجد قيمة المنوال للبيانات التالية :  
9 ، 13 ، 11 ، 12 ، 9 ، 10 ، 9 ، 11 ، 13 ، 12 ، 11

الحل :

إن منوال هذه القيم يساوي 9 ، وذلك لأنها القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها .  
إذا كان في البيانات منوال واحد فتسمى بيانات وحيدة المنوال ، وإذا وجد في البيانات منوالان فتسمى بيانات ثنائية المنوال ، وإذا وجد في البيانات أكثر من منوالين فتسمى بيانات عديدة المنوالات ، وأحياناً لا توجد في البيانات قيمة أو صفة تتكرر أكثر من غيرها من القيم فتسمى بيانات عديمة المنوال .

مثال (15-4) :

أوجد المنوال للبيانات المذكورة في كل مجموعة من المجموعات التالية :

المجموعة الأولى : 18 ، 14 ، 15 ، 19 ، 20 ، 24

المجموعة الثانية : 12 ، 15 ، 10 ، 16 ، 12 ، 10

المجموعة الثالثة : 13 ، 15 ، 13 ، 15 ، 12 ، 12

المجموعة الرابعة : 15 ، 15 ، 14 ، 16 ، 13 ، 19 ، 15 ، 12

المجموعة الخامسة : 12 ، 10 ، 5 ، 11 ، 5 ، 12 ، 15 ، 9 ، 10

## الحل :

- في المجموعة الأولى لا يوجد منوال (بيانات عديمة المنوال) .
- في المجموعة الثانية يوجد منوالان 12،10 (بيانات ثنائية المنوال).
- في المجموعة الثالثة يوجد 3 منوالات 12،13،15 (بيانات عديدة المنوال) .
- في المجموعة الرابعة يوجد منوال واحد 15 (بيانات أحادية المنوال) .
- في المجموعة الخامسة 3 منوالات 5،12،10 (بيانات عديدة المنوال) .

## مثال (16 – 4) :

أوجد المنوال للبيانات النوعية التالية التي تبين جنسيات 6 مدرسين يُدرسون في مدرسة لتعليم اللغة الإنجليزية :

عربي ، إنجليزي ، أمريكي ، إنجليزي ، إنجليزي ، استرالي  
فهنا المنوال هو الجنسية الإنجليزية ، أي الجنسية المتكررة أكثر من غيرها من الجنسيات

## 2 – في حالة البيانات المبوبة :

لحساب المنوال لبيانات مبوبة في جداول تكرارية منتظمة أي فئاتها متساوية الطول تتبع الخطوات التالية :

• نحدد أولاً الفئة التي تحتوي المنوال ويطلق عليها الفئة المنوالية وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار .

• نحسب قيمة المنوال باستخدام القانون التالي :

$$M = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

حيث :

$L$ : الحد الأدنى للفئة المنوالية (أو الحد الأدنى الحقيقي في حالة البيانات التي تمثل متغيراً منفصلاً) .

$\Delta_1$  = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة لها .

$\Delta_2$  = تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة اللاحقة لها .

$C$  : طول الفئة المنوالية .

**ملاحظة :** إذا كان جدول التوزيع التكراري غير منتظم يجب تعديل تكراراته قبل تطبيق خطوات إيجاد المنوال التي أشرنا إليها .

#### مثال (17-4) :

أوجد قيمة المنوال للبيانات المذكورة في الجدول التالي والتي تمثل أوزان 210 قطع منتجة بالجرام :

الوزن	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20
المجموع	210

**الحل :**

- الفئة المنوالية هي الفئة (58 إلى أقل من 62) لأنها هي الفئة التي لها أكبر تكرار ونجد أن :

$$C = 4 \quad , \quad L = 58$$

$$\Delta_2 = 90 - 60 = 30 \quad , \quad \Delta_1 = 90 - 30 = 60$$

المنوال هو :

$$M = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

$$= 58 + \frac{60}{60 + 30} \times 4 = 58 + \frac{24}{9} = 60.67$$

### مثال (18-4) :

احسب قيمة المنوال للبيانات التالية ، التي تمثل درجات 50 طالباً .

الدرجة	عدد الطلبة
89-80	9
79-70	11
69-60	12
59-50	8
49-40	6
39-30	4

↓  
الفئة المنوالية

الحل :

الفئة المنوالية هي الفئة (60 - 69) ونجد أن :

$$C = 10 \quad , \quad L = 59.5 \quad (\text{لأن البيانات هنا تمثل متغيراً منفصل})$$

$$\Delta_2 = 12 - 11 = 1 \quad \Delta_1 = 12 - 8 = 4$$

$$M = L + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times C$$

$$= 59.5 + \frac{4}{4+1} \times 10 = 67.5$$

حساب المنوال بيانيًّا :

يمكن تحديد قيمة المنوال بيانيًّا باستخدام المنحنى التكراري أو المضلع فتكون قيمة المنوال هي القيمة المقابلة لقمة المنحنى ، لأن القمة تمثل أكبر تكرار ، وحيث إن المنحنى يكون ممهدًا باليد فغالبًا ستكون قيمة المنوال التي تتحصل عليها بهذه الطريقة غير دقيقة ، كما يمكن تحديد قيمة المنوال باستخدام المدرج التكراري.

### مثال (19-4) :

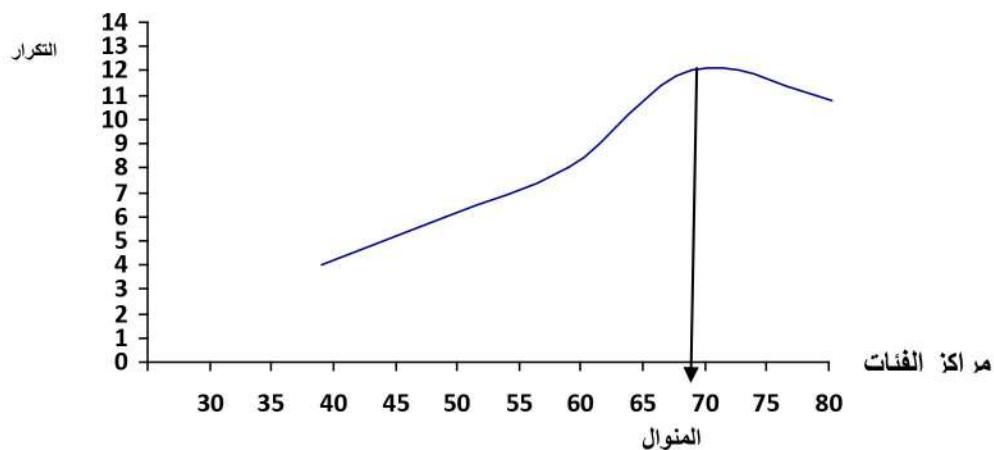
احسب المنوال بيانيًّا ، للبيانات المذكورة في مثال (4 – 18) باستخدام المنحنى التكراري.

**الحل :**

نحدد مراكز الفئات ، وذلك لتحديد النقاط التي تمثل الفئات على الرسم البياني ، والجدول التالي يوضح ذلك ، ثم نرسم المنحنى التكراري ونحدد منه قيمة المنوال والتي تساوي 67.5 كما هو واضح في شكل (4 – 4) .

**جدول (8-4)**

النقطة ( $y, x$ )	مركز الفئة	التكرار	الفئة
( 4 ، 34.5 )	34.5	4	39 – 30
( 6 ، 44.5 )	44.5	6	49 – 40
( 8 ، 54.5 )	54.5	8	59 – 50
( 12 ، 64.5 )	64.5	12	69 – 60
( 11 ، 74.5 )	74.5	11	79 – 70
( 9 ، 84.5 )	84.5	9	89 – 80



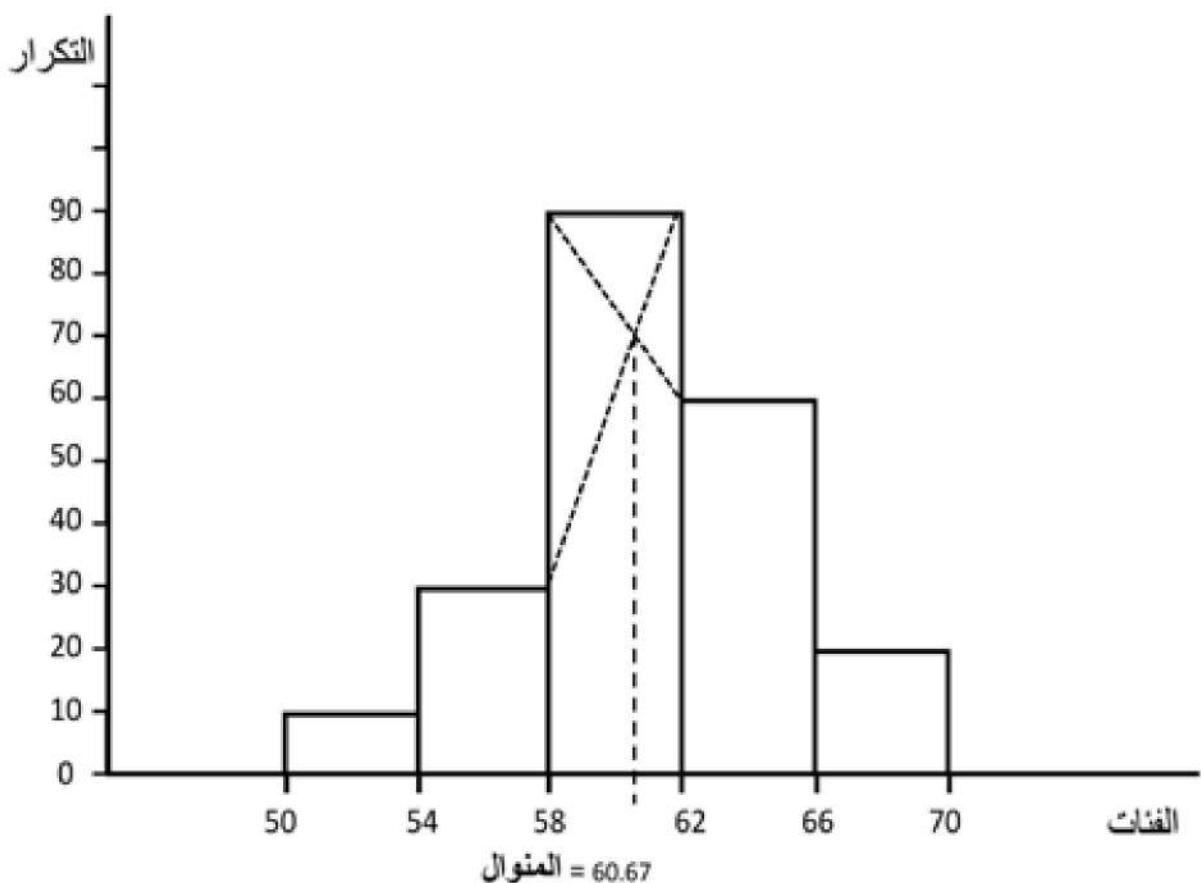
**شكل (4 – 4)**

#### مثال (20-4) :

احسب المنوال بيانيًّا باستخدام المدرج التكراري لبيانات المثال (17-4).

الحل :

نرسم المدرج التكراري ثم نحدد مستطيل الفترة المنوالية ومستطيل الفترة السابقة لها ومستطيل الفترة اللاحقة لها وبتوصيل الحد الأدنى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة المنوالية بالحد الأدنى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة اللاحقة ، وبتوصيل الحد الأعلى لمستطيل الفترة المنوالية بالحد الأعلى للقاعدة العليا لمستطيل الفترة السابقة لها ومن نقطة تقاطع المستقيمين نسقط عمودًا على المحور الأفقي فتكون نقطة التقاء العمود مع المحور الأفقي هي قيمة المنوال كما هو واضح في شكل (5-4).



شكل (5 - 4)

## **خواص المنوال :**

- 1- أسهل مقاييس النزعة المركزية في حسابه .
- 2- لا يتأثر بوجود قيم متطرفة .
- 3- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة بشرط ألا تكون الفئة المفتوحة هي الفئة المنوالية .
- 4- يمكن إيجاد المنوال للبيانات النوعية وذلك كما هو واضح في مثال ( 16 - 4 ) .
- 5- ليس له معنى إذا كانت البيانات قليلة العدد وقد لا يوجد أصلاً ، أما في حالة البيانات كثيرة العدد فله معنى معقول وله أهمية كبيرة وخاصة في عملية التسويق ، فمثلاً شركات تسويق الأحذية في مدينة ما لا تهتم بالوسط الحسابي أو بالوسط بل تهتم بالمقياس الأكثر شيوعاً وهو المنوال .
- 6- يمكن إيجاد المنوال بيانياً .
- 7- قد لا يكون للبيانات منوال وقد تحتوي على منوالين أو أكثر .
- 8- يتأثر كثيراً بطريقة اختيار الفئات التكرارية للتوزيع ، فإذا غيرنا تقسيم الفئات لنفس التوزيع فيحدث تغيراً في التكرارات ، وفي الغالب يحدث تغيراً في موقع الفئة المنوالية ، ولذلك نحصل على قيم مختلفة للمنوال .