دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف السابع من مرحلة التعليم الأساسي

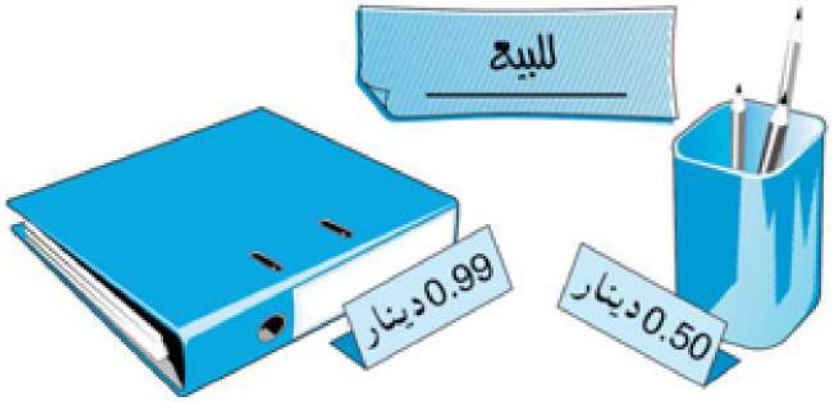
الاسبوع الرابع عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي 2020 / 2021

3 الأعداد العشرية Decimals

الأعداد العشرية هي طريقة مختلفة لكتابة الكسور العادية . نستخدم في الأعداد العشرية النظام العشري المعروف لنا جميعًا. عندما نكتب مبلغًا من النقود يُفضَّل استخدام الأعداد العشرية بدلاً من الكسور. على سبيل المثال.



0.50 دينار تعني $\frac{1}{2}$ دينار

0.99 دينار هو تقريبًا دينار

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على أن

- تكتب الأعداد العشرية في صورة ممتدة.
- تحول الأعداد العشرية إلى كسور، والكسور إلى أعداد عشرية.
- تحول بعض الكسور العادية إلى أعداد عشرية دائرية.
- تجمع، وتطرح، وتضرب، وتقسم الأعداد العشرية.
- تقرب الأعداد العشرية.

1-3 القيمة المكانية والأعداد العشرية Place Value and Decimals

في الفصل (1): تعلمت أن نظام القيمة المكانية يعطينا طريقة لكتابة الأعداد الكلية فمثلًا:

$$6 + 50 + 400 + 2000 = 2456$$

$$\underbrace{1 \times 6}_{\text{ست وحدات}} + \underbrace{10 \times 5}_{\text{خمس عشرات}} + \underbrace{100 \times 4}_{\text{أربع مئات}} + \underbrace{1000 \times 2}_{\text{ألفان}} =$$

نجد في جدول القيمة المكانية الآتي:

× 10   × 10   × 10

1000	100	10	1
ألوف	مئات	عشرات	آحاد
2	4	5	6
الأول	الثاني	الثالث	الرابع

لاحظ أن القيمة المكانية للعمود الأول تساوي 10 أضعاف القيمة المكانية للعمود الثاني. وبطريقة أخرى القيمة المكانية للعمود الثاني هي $\frac{1}{10}$ القيمة المكانية للعمود الأول. هذه هي العلاقة بين أي عمودين متتاليين. باستخدام هذه الحقيقة نستطيع مد جدول القيمة المكانية ليشمل أعمدة القيمة المكانية إلى يمين الآحاد كما هو موضح.

$\frac{1}{10}\times$ $\frac{1}{10}\times$ $\frac{1}{10}\times$ $\frac{1}{10}\times$ $\frac{1}{10}\times$ $\frac{1}{10}\times$

10000	1000	100	10	1	•	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
عشرات الآلاف	الآف	مئات	عشرات	آحاد	العلامة العشرية	أجزاء من عشرة	أجزاء من مائة	أجزاء من ألف

جزء الأعداد الكلية

الجزء الكسرى (الأقل من واحد)

النقطة تسمى **العلامة العشرية**، وتوضع بعد عمود الآحاد لتفصل جزء الأعداد الكلية عن الجزء الكسري.

العدد العشري 24.56 يمكن كتابته كالآتي:

$$24.56 = 20 + 4 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$$

$$= 2 \times 10 + 4 \times 1 + 5 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}$$

= 2 عشرات + 4 آحاد + 5 أجزاء من عشرة + 6 أجزاء من مائة

= اثنين من العشرات، أربع آحاد، خمسة أجزاء من عشرة، ستة أجزاء من مائة.

ملحوظة

تسمى هذه الصورة الممتدة

جدول القيمة المكانية للعدد 24.56 هو كالآتي:

عشرات	آحاد	.	أجزاء من عشرة	أجزاء من مائة
2	4	.	5	6

ونقول أن : القيمة المكانية للرقم 2 هي العشرات.
القيمة المكانية للرقم 4 هي الآحاد.
القيمة المكانية للرقم 5 هي أجزاء من عشرة.
القيمة المكانية للرقم 6 هي أجزاء من مائة.

أجزاء من ألف	أجزاء من مائة	أجزاء من عشرة	.	آحاد	
	4	1	.	0	تعني جزءًا من عشرة، 4 أجزاء من مائة.
5	3	2	.	0	تعني 2 جزء من عشرة، 3 أجزاء من مائة و 5 أجزاء من ألف.
6	7	0	.	0	تعني 7 أجزاء من مائة وستة أجزاء من ألف.

لإظهار العلامة العشرية في الأعداد الأقل من واحد، يمكن كتابة "صفر" (0) في عمود الآحاد.

∴ .76 ، 0.76 كلاهما صحيح. بوضع الصفر (0) في أي عمود خال بين العلامة العشرية والأرقام.

مثال 1:

اكتب الآتي في صورة عدد عشري:

(أ) أربعة أجزاء من عشرة، وخمسة أجزاء من مائة.

(ب) ثمانية عشر، و2 جزء من ألف.

الحل

	أجزاء من ألف	أجزاء من مائة	أجزاء من عشرة	.	آحاد	عشرات
(أ)		5	4	.	0	
(ب)	2	0	0	.	8	1

ملحوظة
ارسم مبدئيًا الجدول كدليل

أو

(أ) 0.45 (ب) 18.002

مثال 2:

اذكر القيمة المكانية للرقم 2 في:

(أ) 0.32 (ب) 1.234

الحـــل

(أ) القيمة المكانية للرقم 2 في 0.32 هي أجزاء من مائة.

(ب) القيمة المكانية للرقم 2 في 1.234 هي أجزاء من عشرة.

مثال 3:

عبر عن الأعداد الآتية في صورة ممتدة:

(أ) 2456 (ب) 42.56

الحـــل

(أ) $2456 = 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$

(ب) $42.56 = 4 \times 10 + 2 \times 1 + 5 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}$

الأرقام إلى يمين العلامة العشرية (الفاصلة) تسمى "**أرقامًا عشرية**".

0.2 له رقم عشري واحد

0.23 له رقمان عشريان.

0.234 له ثلاثة أرقام عشرية.

التعريف هو نفسه للأعداد العشرية الأكبر من واحد .

4.32 له رقمان عشريان.

164.0416 له أربعة أرقام عشرية.

2-3 تحويل الأعداد العشرية إلى كسور عادية Changing Decimals to Fractions

لكل عمود قيمة مكانية تمثل كسرًا عاديًا، وعلى ذلك فجميع الأعداد العشرية يمكن كتابتها ككسور عادية.

أجزاء من مليون	أجزاء من مائة ألف	أجزاء من عشرة آلاف	أجزاء من ألف	أجزاء من مائة	أجزاء من عشرة	.	آحاد
$\frac{1}{1000000}$	$\frac{1}{100000}$	$\frac{1}{10000}$	$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	.	0

0.3 يعني ثلاثة أجزاء من عشرة ويمكن كتابته بالصورة $\frac{3}{10}$

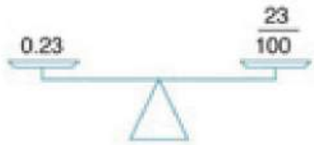
0.23 يعني جزأين من عشرة وثلاثة أجزاء من مائة ويمكن كتابته بالصورة $\frac{2}{10} + \frac{3}{100}$

$$\frac{23}{100} = \frac{3}{100} + \frac{20}{100} = \frac{3}{100} + \frac{2}{10} = 0.23$$

أي أن 0.23 يعني أيضًا ثلاثة وعشرين جزءًا من مائة.

0.123 يعني جزءًا واحدًا من عشرة، وجزأين من مائة، وثلاثة أجزاء من ألف ويكتب على الصورة $\frac{123}{1000}$.

وعلى ذلك فموضع الرقم الأخير في العدد العشري يعطي مقام الكسر العادي.



مثال 4:

	أجزاء من ألف	أجزاء من مائة	أجزاء من عشرة	.	آحاد	عشرات
(أ)			7	.	0	
(ب)		9	1	.	0	
(جـ)	7	3	0	.	0	
(د)			9	.	6	
(هـ)		3	0	.	1	3

اكتب الأعداد العشرية السابقة:

(i) بالكلمات. (ii) ككسر عادي.

الحـــل

(أ) (i) 0.7

يعني سبعة أجزاء من عشرة

(ii) $\frac{7}{10}$

7 ← سبعة

10 ← أجزاء من عشرة

(ب) (i) 0.19

يعني تسعة عشر جزءًا من مائة

(ii) $0.19 = \frac{19}{100}$

19 ← تسعة عشر

100 ← أجزاء من مائة

(جـ) (i) 0.037

يعني سبعة وثلاثين جزءًا من ألف

(ii) $0.037 = \frac{37}{1000}$

37 ← سبعة وثلاثون

1000 ← أجزاء من ألف

(د) (i) 6.9

يعني ستة وتسعة أجزاء من عشرة

(ii) $6.9 = 6\frac{9}{10}$

9 ← تسعة

6 ← ستة

10 ← أجزاء من عشرة

(هـ) (i) 31.03

يعني واحداً وثلاثين وثلاثة أجزاء من مائة

(ii) $31.03 = 31\frac{3}{100}$

3 ← ثلاثة

31 ← واحد وثلاثون

100 ← أجزاء من مائة

نجد من هذه الأمثلة، أن عدد الأرقام العشرية دائمًا هو نفسه عدد الأصفار في المقام.

$$\frac{7}{100} = 0.07 \qquad \frac{401}{1000} = 0.401$$

رقمان عشريان ← 0.07 ، صفران ← 100
ثلاثة أرقام عشرية ← 0.401 ، ثلاثة أصفار ← 1000

يمكننا أحيانًا تبسيط الكسر العادي باختصار العوامل المشتركة.

$$\frac{1}{5} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{10}_{5}} = 0.2 \qquad \frac{3}{4} = \frac{\cancel{75}^{3}}{\cancel{100}_{4}} = 0.75$$

رقم عشري واحد ← 0.2 ، صفر واحد ← 10
رقمان عشريان ← 0.75 ، صفران ← 100

ملحوظة
اختصر دائمًا الكسر العادي

يمكن كتابة **العدد العشري الأكبر من واحد** في صورة عدد كسري أو في صورة كسر عادي غير فعلي.

$$\frac{19}{10} = 1\frac{9}{10} = 1.9$$

رقم عشري واحد ← 1.9 ، صفر واحد ← 10

لتحويل العدد العشري إلى كسر عادي، عبر عن العدد ككسر عادي له المقام 10، 100، 1000، ...... إلخ . تذكر أن عدد الأرقام العشرية يعطي عدد الأصفار في المقام. اختصر الكسر العادي إذا كان ذلك ممكنًا.

مثال 5:

اكتب الأعداد العشرية الآتية في صورة كسور عادية في أبسط صورة.

(أ) 0.4 (ب) 4.25

الحل

(أ) $0.4 = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}} = \frac{2}{5}$

رقم عشري واحد ← 0.4 ، صفر واحد ← 10

(ب) $4.25 = 4\frac{25}{100} = 4\frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{100}_{4}} = 4\frac{1}{4}$

رقمان عشريان ← 4.25 ، صفران ← 100

ملحوظة
بالقسمة على 2
بالقسمة على 25

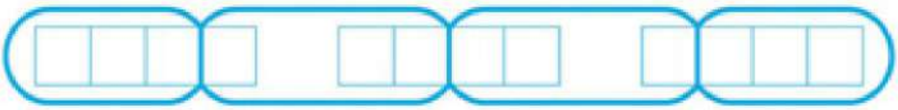
3-3 تحويل الكسور العادية إلى أعداد عشرية Changing Fractions to Decimals

درسنا من قبل أن أي كسر عادي مقامه إحدى قوى العشرة يمكن كتابته على صورة عدد عشري. مثلًا:

$0.3 = \frac{3}{10}$ ، $0.03 = \frac{3}{100}$ ، $0.023 = \frac{23}{1000}$

عندما نقسم الواحد إلى جزأين (كل جزء $\frac{1}{2}$) ، فإننا نقول أن هذا الكسر العادي يعني أن الواحد قسم على 2

وعندما نقسم الواحد إلى أربعة أجزاء، فإن $\frac{3}{4}$ يعني ثلاثة أجزاء من أربعة.
ونستطيع القول أيضًا أن ثلاث وحدات مقسمة بين أربعة أشخاص يعطي كل شخص ثلاثة أرباع الوحدة.



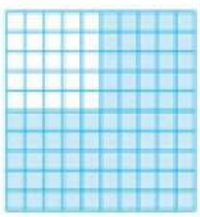
أي أن 3 ÷ 4 يعني $\frac{3}{4}$ أو $\frac{3}{4} = 3 \div 4$

لتحويل كسر عادي إلى عدد عشري . نحتاج التعامل مع الكسر العادي كعملية قسمة. نقسم البسط 3 على المقام.

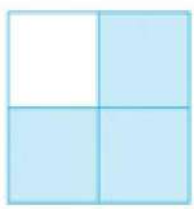
$$\begin{array}{r|l} & 0.75 \\ \hline 4 & 3.00 \\ & 28- \\ \hline & 20 \\ & 20- \\ \hline & 0 \end{array}$$

أضف أصفارًا إذا لزم

أي أن: $\frac{3}{4} = 0.75$ أو خمسة وسبعين من مائة ولتوضيح ذلك يمكننا استخدام المربع الآتي:



المنطقة المظللة تمثل $\frac{75}{100}$
أو 0.75



المنطقة المظللة تمثل $\frac{3}{4}$ الوحدة

لتحويل كسر عادي إلى عدد عشري. اقسم البسط على المقام.

مثال 6:

اكتب الكسور العادية التالية في صورة أعداد عشرية:

(أ) $\frac{2}{5}$ (ب) $\frac{3}{8}$

الحل

(أ) ***الطريقة الأولى***

$$5\,\overline{)\,2.0}\quad = 0.4$$

0.4
5 | 2.0
20 −
0

$\therefore\ \frac{2}{5} = 0.4$

الطريقة الثانية

$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{2 \times 5}$

$= \frac{4}{10}$

$= 0.4$

(ب) ***الطريقة الأولى***

0.375
8 | 3.000
24 −
60
56 −
40
40 −
00

$\therefore\ \frac{3}{8} = 0.375$

الطريقة الثانية

$\frac{3}{8} = \frac{125 \times 3}{125 \times 8}$

$= \frac{375}{1000}$

$= 0.375$

مثال 7:

عبر عن الآتي في صورة أعداد عشرية:

(أ) $1\frac{4}{5}$ (ب) $2\frac{3}{4}$

الحل

(أ) ***الطريقة الأولى***

$1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}$

1.8
5 | 9.0
5 −
40
40 −
0

$\therefore\ 1\frac{4}{5} = 1.8$

الطريقة الثانية

$1\frac{4}{5} = 1 + \frac{4}{5}$

$= 1 + \frac{2 \times 4}{2 \times 5}$

$= 1 + \frac{8}{10}$

$= 1 + 0.8$

$= 1.8$

(ب) الطريقة الأولى

$\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$

$$\begin{array}{r|l} & 2.75 \\ \hline 4 & 11.00 \\ & 8\ - \\ \hline & 30 \\ & 28\ - \\ \hline & 20 \\ & 20\ - \\ \hline & 00 \end{array}$$

$\therefore\ 2.75 = 2\frac{3}{4}$

الطريقة الثانية

$\frac{3}{4} + 2 = 2\frac{3}{4}$

$\frac{25 \times 3}{25 \times 4} + 2 =$

$\frac{75}{100} + 2 =$

$0.75 + 2 =$

$2.75 =$

4-3 الأعداد العشرية الدائرية Recurring Decimals

إذا كتبنا $\frac{2}{9}$ في صورة عدد عشري نجد أن:

بالمثل إذا كتبنا $\frac{1}{3}$ في صورة عدد عشري نجد أن:

$$\begin{array}{r|l} & 0.222 \\ 9 & 2.000 \\ & 18- \\ \hline & 20 \\ & 18- \\ \hline & 20 \\ & 18- \\ \hline & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 0.333 \\ 3 & 1.000 \\ & 9- \\ \hline & 10 \\ & 9- \\ \hline & 10 \\ & 9- \\ \hline & 1 \end{array}$$

$\therefore \quad 0.222... = \frac{2}{9}$ $\qquad$ $\therefore \quad 0.333... = \frac{1}{3}$

وهكذا نجد أن هذين العددين العشريين يمكن أن يستمرا ويستمرا، ولذا فيسمى كلًا منهما كسرًا عشريًا غير منته.

أيضًا في كل من العددين العشريين السابقين يتكرر الرقم إلى مالا نهاية. يسمى هذا عددًا عشريًا دوريًا (دائرى) وفي كل حالة نضع نقطة فوق الرقم المكرر بدلًا من كتابته مكررًا.

إذًا $0.\dot{2} = 0.2222... = \frac{2}{9}$ و $0.\dot{3} = 0.333... = \frac{1}{3}$

في الحقيقة كل الكسور التي تصبح أعدادًا عشرية غير منتهية سوف تتكرر. ولكن أحيانًا، علينا أن نقسم لأكبر خارج قسمة من الأعداد العشرية حتى يظهر لنا النمط.

فمثلًا $\frac{4}{7}$:

$$\begin{array}{r|l} & 0.5714248571... \\ 7 & 4.000000000\ ... \end{array} \qquad 0.571428... = \frac{4}{7}$$

لتحديد الأرقام الدائرية في هذه الحالة، فإننا نضع عادة نقطة فوق الرقمين الأول والأخير من النمط الدوري: $0.\dot{5}7142\dot{8} = \frac{4}{7}$

إذا تكرر رقم أو أكثر باستمرار يسمى العدد العشري "عددًا عشريًا دوريًا". إذا دار رقم أو رقمان، توضع نقطة فوق هذه الأرقام:

مثل: $0.\dot{4}$ ، $0.8\dot{3}$ ، $0.\dot{3}\dot{1}$

أما إذا دارت ثلاثة أرقام أو أكثر، فإننا نضع نقطة فوق الرقمين الأول والأخير من الأرقام الدورية.

مثل: $0.\dot{3}4\dot{5}$ ، $0.\dot{5}7142\dot{8}$

مثال 8:

اكتب الأعداد العشرية الآتية في صورة كسر دوري:

(أ) ... 0.44　　　　(ب) ... 0.6222

(جـ) ...0.313131　　　　(د) ... 0.8423423

الحـــل

(أ) $0.\dot{4} = 0.444\ldots$　　　　لأن 4 مكرر

(ب) $0.6\dot{2} = 0.6222\ldots$　　　　لأن 2 مكرر

(جـ) $0.\dot{3}\dot{1} = 0.313131\ldots$　　　　لأن النمط 31 مكرر

(د) $0.8\dot{4}2\dot{3} = 0.8423423\ldots$　　　　لأن النمط 423 مكرر