دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف الأول من مرحلة التعليم الثانوي

الدرس الثاني عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

11-3 التقدير الستيني والتقدير الدائري Degree and Radian Measure

تعلمت أن قياس زاوية هو مقدار دوران ضلع ابتدائها حتى يأخذ ضلع الانتهاء ،

- فإذا كان الدوران معاكس لدوران عقارب الساعة كان القياس موجباً ،
- وإذا كان الدوران مع دوران عقارب الساعة كان القياس سالباً.

وهناك قياسات عدة للزاوية ، منها القياس الستيني (الدرجات) ، والتقدير الدائري (راديان).

تعريف الراديان: هو قياس زاوية مركزية في دائرة الوحدة تقابل قوساً طوله يساوي وحدة الأطوال، ويرمز له بالرمز $1^{د}$ ويسمى قياس الزاويا بالراديان (التقدير الدائري).

- لتحويل التقدير الستيني إلي التقدير الدائري نضرب في $\frac{\pi}{180}$
- لتحويل التقدير الدائري (راديان) إلي التقدير الستيني نضرب في $\frac{180}{\pi}$.

مثال 34 :

حول كلاً من القياسات الآتية إلي التقدير الدائري.

(أ) 120^0 (ب) 315^0 (جـ) 135^0

الحل :

(أ) $120^0 = \frac{\pi}{180} \times 120 = \pi \frac{2}{3}$

(ب) $315^0 = \frac{\pi}{180} \times 120 = \pi \frac{7}{4}$

(جـ) $135^0 = \frac{\pi}{180} \times 120 = \pi \frac{3}{4}$

مثال 35 :

حول كلاً من القياسات الآتية إلي التقدير الستيني.

(أ) $\pi \frac{7}{3}$ (ب) $\pi \frac{3}{2}-$ (جـ) $\pi \frac{7}{9}$

الحل :

(أ) $\pi \frac{7}{3} = \pi \frac{7}{3} \times \frac{180}{\pi} = 420^0$

(ب) $\pi \frac{3}{2}- = \pi \frac{3}{2}- \times \frac{180}{\pi} = 270^0-$

(جـ) $\pi \frac{7}{9} = \pi \frac{7}{9} \times \frac{180}{\pi} = 140^0$

تمرين 3 ي :

1 - حول من التقدير الستيني إلي التقدير الدائري

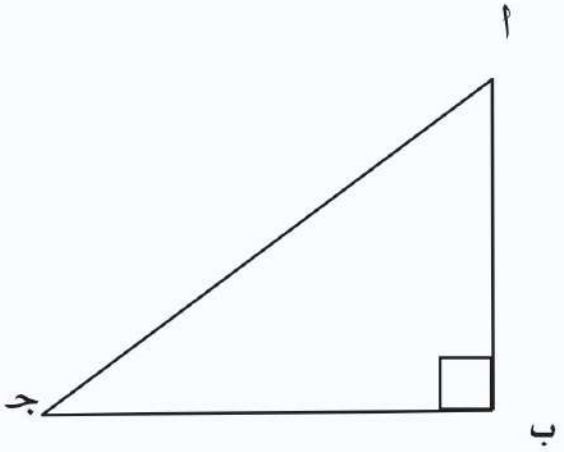
(أ) 240^0 (ب) 60^0 (جـ) 225^0

2 - حول من التقدير الستيني إلي التقدير الدائري

(أ) $\frac{\pi}{6}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (جـ) $\pi \frac{71}{3}$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

12-3 النسب المثلثية للزاويا المتتامة



في المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب ، ∠أ تتمم ∠جـ.

النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ هي :

$$\text{جا جـ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} \text{ ، جتا جـ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}} \text{ ، ظا جـ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$$

النسب المثلثية لزاوية أ هي :

$$\text{جا أ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}} \text{ ، جتا أ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} \text{ ، ظا أ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$$

من مقارنة النسب المثلثية للزاويتين أ ، جـ

نجد أن : جا جـ = جتا جـ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$ ، ظا جـ = $\frac{1}{\text{ظا أ}}$

وعلى ذلك يكون :

جا 20^0 = جتا 70^0 ، جتا 30^0 = جا 60^0 ، ظا 45^0 = $\frac{1}{\text{ظا } 45^0}$

لاحظ أن : $20^0 + 70^0 = 90^0$ ، $30^0 + 60^0 = 90^0$ ، $45^0 + 45^0 = 90^0$

تعريف :

الزاويتان المتتامّتان هما الزاويتان اللتان مجموعهما يساوي 90^0 وتسمى كل منهما مُتممة للأخرى.

أي أن : ∠أ + ∠ب = 90^0 فالزاوية أ حادة فإن متممها تساوي (90^0 - ب)

مثال 36 :

أوجد قيمة كل زاوية من الزاويا الآتية : 60^0 ، 75^0

الحل :

الزاوية	متممتها
60^0	30^0
75^0	15^0

مثال 37 :

إذا كانت جتا 4 س = جا (3 س + 20) ، فأوجد قيمة س بالدرجات.

الحل :

جتا 4 س = جا (3 س + 20)

الزاويتان 4 س ، 3 س + 20 متتامتان

4 س + 3 س + 20 = 90

7 س = 70

س = 10^0

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 38 :

إذا كانت جتا (8 أ - 12) - جا (أ - 6) = 0 ، أوجد قيمة أ بالدرجات

الحل :

جتا (8 أ - 12) - جا (أ - 6) = 0

جتا (8 أ - 12) = جا (أ - 6)

8 أ - 12 + أ - 6 = 90

$\measuredangle$ أ = 12^0

مثال 39 :

أوجد القيمة العددية لكل مقدار مما يأتي :

(أ) جا 30^0 جتا 60^0 + جتا 30^0 جا 60^0

(ب) $\sqrt{2}$ جتا 45^0 - جا^2 60^0

الحل :

(أ) جا 30^0 جتا 60^0 + جتا 30^0 جا 60^0 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = 1$

(ب) $\sqrt{2}$ جتا 45^0 - جا^2 60^0 = $\sqrt{2}$ جتا 45^0 - (جا 60^0)^2

$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

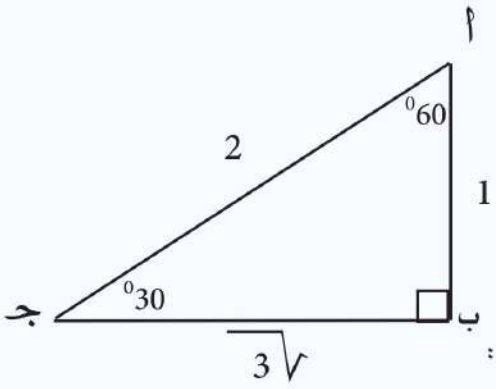
13-3 النسب المثلثية لبعض الزاويا الخاصة

أولاً : إيجاد النسب المثلثية للزاوية 30^0 ، 60^0

نرسم مثلث أ ب جـ القائم في ب وفيه الضلع

أ ب = $\frac{1}{2}$ أ جـ (فرضاً)

$\measuredangle$ جـ = 30^0 ، $\measuredangle$ أ = 60^0



فإذا كان طول أ ب = الوحدة، طول أ جـ = 2 من هذه الوحدة نجد أن :

∴ طول ب جـ = $\sqrt{3}$

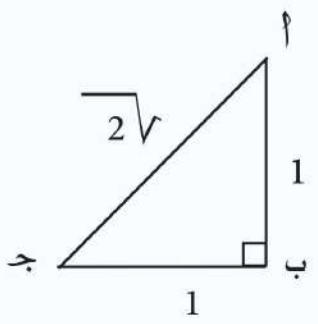
∴ جا 30^0 = $\frac{1}{2}$ ، جتا 30^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، ظا 30^0 = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

وباستخدام النسب المثلثية للزاويا المتتامة نجد ان :

جا 60^0 = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، جتا 60^0 = $\frac{1}{2}$ ، ظا 60^0 = $\sqrt{3}$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ثانياً : إيجاد النسب المثلثية للزاوية 45^0



نرسم مثلث أ ب جـ القائم في ب وفيه الضلع أ ب = ب جـ (فرضاً)

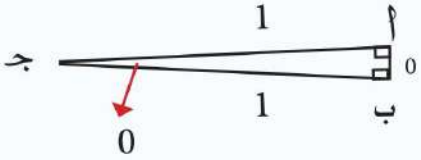
كل من أ ، جـ = 45^0

فإذا كان طول كل من أ ب ، ب جـ = الوحدة

∴ أ جـ = $\sqrt{2}$

∴ جا $45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، جتا $45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، ظا $45^0 = 1$

ثالثاً: إيجاد إيجاد النسب المثلثية للزاوية 0^0



نرسم قوساً من دائرة نصف قطرها ب جـ

ثم نأخذ نقطة أ على القوس ونصل جـ أ ،

بحيث تكون $\angle$ جـ أصغر ما يمكن ثم نسقط أ ع $\perp$ ب جـ ،

فعندما تصغر جـ إلي ما لانهاية تقرب نقطة أ من ب ،

فإذا آلت ث إلي الصفر انطبقا أ جـ على ب جـ ،

ويتلاشى الطول أ ع فإذا أصبح أ جـ = ب جـ = الوحدة فإن أ ع = 0

وباستخدام النسب المثلثية للزاويا المتتامة نجد أن :

جا $90^0 = 1$ ، جتا $90^0 = 0$ ، ظا 90^0 = كمية غير مرفغة .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا