دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

مبادئ الإحصاء

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
«القسم العلمي»

الاسبوع الرابع عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الفصل السادس

الارتبـــاط والانحـــدار

1.6 الارتباط :

الارتباط يبحث في العلاقة بين المتغيرات (الظواهر) من حيث قوتها واتجاهها ، وبالتالي فالارتباط معيار لقياس قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين أو أكثر . ووفقا لما تقدم فإن الارتباط قد يكون قويا أو ضعيفا أو معدوما تبعا للعلاقة ، وأيضا قد يكون الارتباط موجبا (طرديا) أو سالبا (عكسيا) حسب اتجاه العلاقة بين المتغيرات.

1.1.6 الارتباط البسيط :

وهو يبحث في قوة واتجاه العلاقة بين متغيرين (ظاهرتين) فقط مثل الطول والوزن أو درجات مقررين أو عدد الساعات التي يقضيها طالب في المذاكرة والدرجة المتحصل عليها في الامتحان النهائي . والارتباط البسيط قد يكون خطيا "بسيطا" حيث يفترض أن العلاقة بين المتغيرين خطية ، أو غير خطية بفرض أن العلاقة بين المتغيرين غير خطية .

والارتباط البسيط سيكون طرديا (موجبا) إذا تغير أحد المتغيرين (الظاهرتين) في اتجاه ما أدى إلى تغير المتغير الآخر (الظاهرة الأخرى) في الاتجاه نفسه مثل الطول والوزن للأطفال، كمية الأملاح بالجسم وضغط الدم ، كمية الإنتاج وعدد العمال ، ويكون هذا الارتباط عكسيا (سالبا) إذا تغير أحد المتغيرين في اتجاه ما أدى إلى تغير المتغير الآخر في الاتجاه المخالف مثل العرض والسعر لسلعة ما ، عدد أيام الغياب والدرجات بالامتحان .

فالارتباط البسيط يكون خطيا إذا كنت العلاقة التي تربط المتغيرين خطية (في صورة خط مستقيم) .

إن الارتباط بين متغيرين من حيث القوة والضعف، طردي أوعكسي خطي أوغير خطي، يمكن الاستدلال عليه باستخدام الأشكال الانتشارية ، والشكل الانتشاري يبين انتشار قيم المتغيرين على محوري الإحداثيات، ومن خلال تفحص هذا الشكل يمكن الحصول على فكرة عامة حول العلاقة ونوعيتها وبالتالي حول الارتباط بين المتغيرين ، وهناك أنواع مختلفة من الأشكال الانتشارية من أمثلتها:

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2.1.6 الارتباط الخطي البسيط :

إن الارتباط الخطي البسيط هو أكثر أنواع الارتباط استخداما وذلك نظراً لأن معظم العلاقات غير الخطية بين متغيرين يمكن تقريبها بشكل فرضي إلى علاقة خطية ، وعلى وجه العموم الارتباط الخطي البسيط يقيس قوة واتجاه العلاقة الخطية بين المتغيرين ، وعادة ما يقاس بما يسمى بمعامل الارتباط ويرمز له بالـــرمز (r) وهناك عدة أنواع لمعاملات الارتباط تختلف باختلاف الظواهر، ومن أشهر هذه المعاملات للظواهر الكمية :

أ. معامل ارتباط بيرسون :

ويعرّف على أنه متوسط حاصل ضرب القيم المعيارية للظاهرتين ومن خواص هذا المعامل :

1. إذا كانت العلاقة الخطية بين المتغيرين منعدمة فإن معامل الارتباط = 0 .
2. إذا كانت العلاقة الخطية بين المتغيرين علاقة طردية تامة فإن معامل الارتباط = 1، وإذا كانت عكسية تامة فإن معامل الارتباط = 1- .
3. تتراوح قيمة معامل الارتباط بين 1+ ، و 1- .
4. كلما اقترب معامل الارتباط من الصفر دل على ضعف العلاقة بينهما، وكلما اقترب من 1 ∓ دل على قوة العلاقة .

1) معامل الارتباط الخطي البسيط (معامل ارتباط بيرسون) :

لقد تعرضنا لهذا النوع من البيانات فيما سبق ، فإذا كان المتغيران هما (X , Y) فإن معامل ارتباط بيرسون يرمز له بالرمز r ويعرّف كالآتي :

$$r = \frac{1}{n}\left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_x s_y}\right]$$

حيث $\bar{x}$ متوسط الظاهرة x ، $\bar{y}$ متوسط الظاهرة y ، s_x الانحراف المعياري للظاهرة X s_y الانحراف المعياري للظاهرة Y .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

وحساب معامل الارتباط باستخدام هذه العلاقة غالبا ما يكون صعب الحساب ، وعليه فقد وجدت صيغة أخرى أكثر سهولة في التطبيق وهي :

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

وهذه الصيغة يطلق عليها الصيغة المباشرة ، ويمكن توضيح استخدامها لبيانات المثال التالي :

مثال (6-1) :

أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين X , y مبينا نوعه ودرجته حسب بيانات الجدول التالي وذلك باستخدام الصيغة المباشرة :

52	51	50	49	48	X
31	29	33	29	28	y

الحلّ :

لإيجاد معامل الارتباط بالصيغة المباشرة ، نكوّن الجدول التالي :

y^2	x^2	x y	y	x	ر.م
784	2304	1344	28	48	1
841	2401	1421	29	49	2
1089	2500	1650	33	50	3
841	2601	1479	29	51	4
961	2704	1612	31	52	5
4516	12510	7506	150	250	**المجموع**

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

$$= \frac{5(7506) - (150)\ \ (250)}{\sqrt{[\ 5(12510) - (250)^2\ ]\ [\ 5(4516) - (150)^2]}}$$

$$= \frac{30}{\sqrt{(50)\ (80)}} = \frac{30}{63.25} = 0.47$$

وهذا يعنى أن الارتباط طردي ضعيف .

مثال (6-2) :

أوجد معامل الارتباط بين المتغيرين X , y مبينا نوعه ودرجته حسب بيانات الجدول التالي :

5	4	3	2	1	X
2	3	1	1	3	y

الحلّ :

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

لتحديد معامل الارتباط نكوّن الجدول الآتي :

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

y^2	X^2	x y	y	x	ر.م
9	1	3	3	1	1
1	4	2	1	2	2
1	9	3	1	3	3
9	16	12	3	4	4
4	25	10	2	5	5
24	55	30	10	15	المجموع

$$r = \frac{(5)(30) - (15)(10)}{\sqrt{[\,5(55) - (15)^2\,]\;[\,5(24) - (10)^2\,]}}$$

$$= \frac{150 - 150}{\sqrt{[\,(275) - (225)\,]\;[\,(120) - (100)\,]}} = \frac{0}{\sqrt{1000}} = 0$$

وهذا يعني أن الارتباط منعدم بين المتغيرين.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا