دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

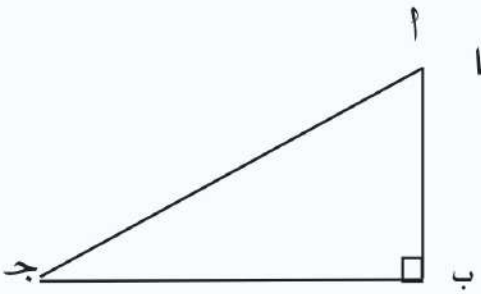
الرياضيات

للصف الأول من مرحلة التعليم الثانوي

الاسبوع الخامس عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

14-3 القاطع ، قاطع التمام ، ، ظل التمام



تسمى مقلوبات الجيب وجيب التمام والظل على الترتيب **قا ، قتا ، ظتا**

$$\text{قا جـ} = \frac{1}{\text{جتا جـ}}$$

$$\text{قتا جـ} = \frac{1}{\text{جا جـ}}$$

$$\text{ظتا جـ} = \frac{1}{\text{ظا جـ}}$$

حيث:

$$\text{جتا جـ} \neq 0 \Leftarrow \text{جـ} \ni \text{ع} - \{ \pi \text{ن} + \frac{\pi}{2} \} \text{ ، ن} = 0 \text{ ، } \pm 1 \text{ ، } \pm 2 \text{ ، } \pm 3 \text{ ، ...}$$

$$\text{، جا جـ} \neq 0 \Leftarrow \text{جـ} \ni \text{ع} - \{ \pi \text{ن} \}$$

$$\text{، ظا جـ} \neq 0 \Leftarrow \text{جـ} \ni \text{ع} - \{ \pi \text{ن} \}$$

ويمكن التعبير عن هذه النسب بدلالة أضلاع المثلث قائم الزاوية كما يأتي :

$$\therefore \text{جا جـ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}} \qquad \therefore \text{قتا جـ} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{أ ب}}$$

$$\text{جتا جـ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}} \qquad \therefore \text{قا جـ} = \frac{\text{أ جـ}}{\text{ب جـ}}$$

$$\text{ظا جـ} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} \qquad \therefore \text{ظتا جـ} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{أ ب}}$$

نتيجة 1 : جا جـ. قتا جـ= 1 ، جتا جـ.قا جـ = 1 ، ظا جـ .ظتا جـ= 1.

نتيجة 2 : يكون كل من الجيب وجيب التمام أقل من الواحد على وجه العموم، ويكون كل من القاطع وقاطع التمام أكبرمن الواحد على وجه العموم.

علمنا فيما سبق أن بأن الزاوية هـ تتمم 90 - هـ يقال إن الزاوية 90 - هـ منتسبة للزاوية هـ الواقعة في الربع الأول وكذلك الزاوية 360 + هـ واقعة أيضاً في الربع الأول عليه :

جا (90 - هـ) = جتا هـ

جتا(90 - هـ) = جا هـ

ظا(90 - هـ) = ظتا هـ

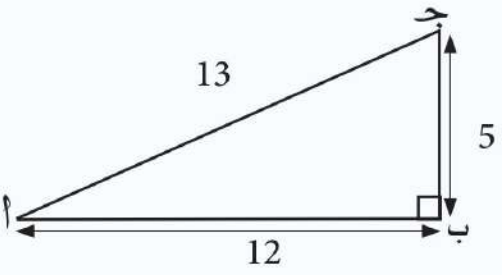
قتا(90 - هـ) = قا هـ

قا(90 - هـ) = قتا هـ

ظتا(90 - هـ) = ظا هـ

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 40 : إذا كانت قتا أ = $\frac{13}{5}$ حيث أ زاوية حادة فأوجد قا أ ، ظتا أ



الحل : قتا أ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ = $\frac{13}{5}$ (باستخدام نظرية فيثاغورث)

نجد أن أ المجاور = 12 ، $\because$ قا أ = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ ، $\therefore$ قا أ = $\frac{13}{12}$

ظتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$ = $\frac{12}{5}$

مثال 41 :

بدون استخدام الآلة الحاسبة ، أوجد قيمة كل من الآتي :

(أ) $\sqrt{2}$ قتا 45^0 - قتا$^2 60^0$ - 12 ظتا 30^0

(ب) 2 جا$^2 30^0$ + 3 جا$^2 45^0$ - 4 جا$^2 60^0$ + 3 قتا$^2 60^0$

الحل :

(أ) المقدار = $\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{1}\right) - \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - 12\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= 2 - \frac{4}{3} - 4 = -\frac{10}{3}$

(ب) المقدار = $2\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 3\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2$

$= \frac{4}{3} \times 3 + \frac{3}{4} \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 + \frac{1}{4} \times 2$

$= 4 + 3 - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 3$

تمرين 3 ل

1 - إذا كان ظا جـ = $\frac{5}{13}$ ، فأوجد جتا جـ ، قتا جـ ، ظتا جـ .

2 - إذا كان 3 ظا أ = 5 ، فأوجد قيمة المقدار : $\frac{6 \text{ جا أ} - 4 \text{ جتا أ}}{7 \text{ جتا أ} - 3 \text{ جا أ}}$

3 - بدون استخدام الا لة الحاسبة أوجد قيمة : جا$^2 60^0$ (جتا0^0 - جتا 60^0) + جا$^2 45$ (جا90^0 - جا 30^0)

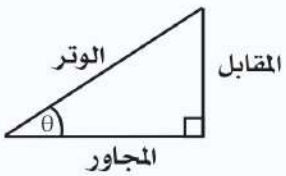
4 - مثلث أضلاعه جا 60^0 ، جتا 60^0 ، ظا 45^0 مانوعه ؟

5 - إذا كانت س = جتا 60^0 + ظا 45^0 ، ص = 2جا 30^0 فأوجد قيمة كل من: س^2 + ص^2 ، (س - ص)^2

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية - ليبيا

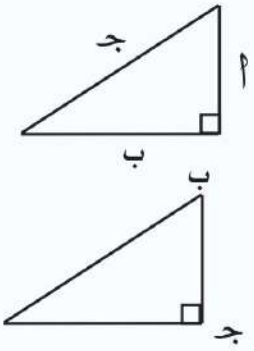
الملخص:

1 - في المثلث قائم الزاوية: الضلع الأطول هو المقابل للزاوية القائمة ويسمى وتراً أما الضلعان الأخران فيتحدان طبقاً لموقع الزاوية (كما هو موضح بالرسم).



2 - نظرية فيثاغورث بالنسبة للمثلث قائم الزاوية: $أ^2 + ب^2 = جـ^2$ ، حيث جـ طول الوتر

3 - في المثلث قائم الزاوية أ ب جـ



$ظا أ = \frac{المقابل}{المجاور}$ ، $ظتا أ = \frac{المجاور}{المقابل}$

$جا أ = \frac{المقابل}{الوتر}$ ، $قتا أ = \frac{الوتر}{المقابل}$

$جتا أ = \frac{المجاور}{الوتر}$ ، $قا أ = \frac{الوتر}{المجاور}$

4 - إذا عُلم طولاً من مثلث قائم الزاوية.

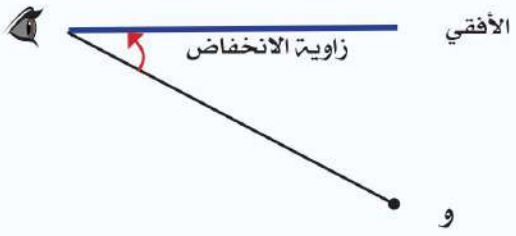
(أ) يمكن الحصول على الضلع الثالث عن طريقة نظرية فيثاغورث.

(ب) يمكن الحصول على قياسات الزوايا عن طريق النسب المثلثية.

5 - إذا عُلم الضلع والزاوية الحادة له في مثلث قائم الزاوية، يمكن إيجاد طولي الضلعين الآخرين باستخدام النسب المثلثية.

6 - نستخدم زاوية الارتفاع عندما ننظر إلي أعلى صوب النقطة د.

7 - نستخدم زاوية الانخفاض عندما ننظر إلي أسفل صوب النقطة و.



استقصاء رياضيات :

المقطع الذهبي

الهندسة لها كنزان عظيمان، الأول هو نظرية فيثاغورث، والثاني هو تقسيم الخط المستقيم إلي خط انعكاس ونسبة بحتة. يمكن مضاعاة الأول بمقياس الذهب، والثاني يمكن تسميته الجوهرة الثمينة. يبدو أن أرقام فيبوناشي (مثل 1،1 ، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34،...) ذات تأثير غريب على الفن والعمارة، والنسبة لأي عدد فيبوناشي(بعد العدد34) بالنسبة للعدد الفيبوناشي الذي يسبقه 1.618 تقريباً. وقد أطلق الأغريق المقطع الذهبي على هذا العامل المقدس.

وتقول الأسطورة أن العالم الرياضي أدسيوس المولود في 350 ق.م تقريباً هو أول من حاول أكتشاف سبب الولع الشديد بهذا المقطع الذهبي. وتوصل طادسيوس إلي معرفة النسبة الذهبية واكتشف أن تلك النسبة ما هي إلا عدد يمكن التعبير عنه في صيغة رياضية أطلق عليها (فاي) على اسم فيدياس وهو الفنان الذي استخدم النسبة الذهبية في أعماله النحتية.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

وقد اشتبه فيثاغورث في أن النسبة الذهبية في أساس النسب في الجسم الإنساني. ولقد استطاع أن يبرهن على صدق ذلك عندما أوضح أن كل جزء في جسم الإنسان قد بنى بنسبة ذهبية ثابتة بالنسبة لباقي أجزاء الجسم. فعلى سبيل المثال ارتفاع الإنسان إلي مستوى سُرته يقترب من 1.618.

ومع تكرار استخدام النسبة الذهبية طور الأغريق أنماطاً وتصميمات رائعة استخدمت في صناعة الأواني الفخارية. ومشغولات الزينة. والنحت والرسم والعمارة أيضاً . وعلى الرغم من استخدام تلك النسبة في الدوائر والأشكال الخماسية إلا أنها ملاحظة بصفة خاصة في المستطيل الذهبي الذي يقال أنه من الناحية البصرية من أكثر الأشكال الهندسية إمتاعاً. (الصف الثامن من مرحلة التعليم الأساسي الفصل السابع).

لمعرفة المزيد عن المقطع الذهبي . ابحث في شبكة الإنترنت وفي صفحة البحث اكتب "fibonacci" أو "Golden section" ثم أنتظر حتى تصل المعلومات.

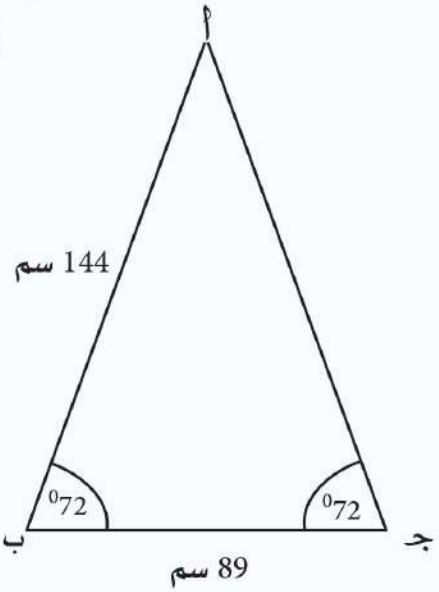
أنشطة :

المثلث الذهبي

1 - ارسم بالحجم الحقيقي المثلث أ ب جـ على قطعة مقوة من الورق طبقاً للمقاسات الموضحة في الشكل.

استخرج النسبة : $\frac{\text{ب جـ}}{\text{جـ د}}$

الناتج 1.618 هو النسبة الذهبية ونطلق على المثلث أ ب جـ المثلث الذهبي.

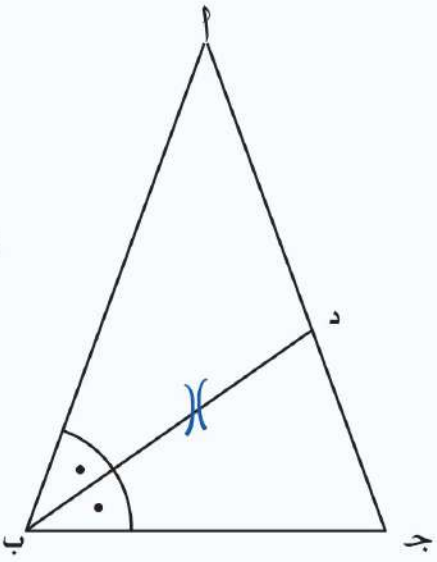


بعد ذلك ، نصف ∠ أ ب جـ. مستخدماً الفرجار أو المنقلة بحيث يقطع المنصف الضلع أ جـ في نقطة د.

استخرج النسبة $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$

أ ب جـ مثلث ذهبي ، وكذلك Δ ب جـ د ماذا تعتقد حدوثه إذا نصفت زاوية ب جـ د ؟

استمر في هذه العملية بتنصيف الزاوية في كل أشكال المثلثات الذهبية الجديدة. تأكد من اختيار الزاوية التي في موقع مناظر في كل مرة. سوف تنتج مجموعة من المثلثات الذهبية تصغر في كل مرة بحيث لا نستطيع رسمها في النهاية.



2 - قص حول المثلث أ ب جـ ثم اقطع مبتدئاً من النقطة د بطول الخطوط السميكة وائن الخطوط المنقطة بالترتيب بحيث عند الثنية الثانية تمس النقطة د النقطة ح على (الضلع أ ب) . استمر في هذه الطريقة حتى تصل إلي المركز. الصق الأن المثلث المنثنى معاً لعمل نموذج حلزوني مثل القوقعة الحلزونية. توجد عادة النسبة الذهبية في القوقعة الحلوزنية الحقيقية.

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} \qquad \frac{1}{\text{جتا}^2 72}$$

(إرشاد: ارسم العمود المنصف من ا إلي ب حـ).

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا