دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع الخامس عشر

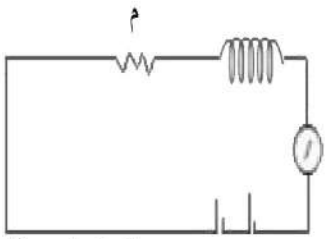
المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

5 - 5 نهاية دالة عند اللانهاية

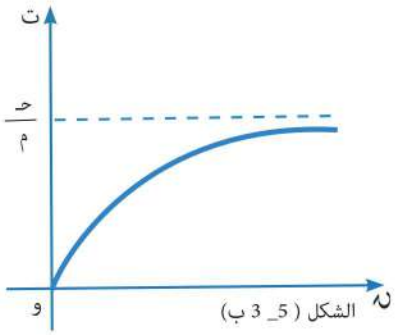
عند دراسة أنظمة تتطور مع الزمن غالباً ما نكون مهتمين بدراسة سلوك النظام لقيم ∞ الكبيرة، وقد يكون سلوك النظام معقداً بدرجة كبيرة إلا أنه قد يحدث أن يستقر النظام بعد فترة زمنية ليأخذ سمة أكثر بساطة وهو ما يعبر عنه بالسلوك التقريبي وكمثال لذلك، إذا وصلنا ملفاً ومقاومة على التوالي بمصدر للتيار المستمر شكل (5 - 3 أ) وقسمنا التيار في تلك الفترة، نجد أن التيار ت يبدأ في الزيادة حتى يصل إلى قيمة ثابتة تساوي $\frac{ح}{م}$ امبير حيث :



الشكل (5_ 3 أ)

جـ القوة الدافعة الكهربية بالفولت ، م قيمة المقاومة بالأوم

شكل (5 - 3 ب) ونعبر عن ذلك السلوك كما يلي:



الشكل (5_ 3 ب)

$$\text{نهـــا}_{ت \to \infty} \; ت = \frac{ح}{م}$$

وفيما يلي نعطي المفهوم الرياض لنهاية دالة عند اللانهاية ثم طرق حساب تلك النهاية لنأخذ الدالة : د (س) = $\frac{1}{س}$ ، س ≠ 0

عندما تأخذ س قيم كبيرة موجبة فإن $\frac{1}{س}$ تأخذ قيم صغيرة حتى تصل إلى قيمة قريبة جداً من الصفر والجدول التالي يبين هذه الحقيقة

س	10	100	1000	10000	←	∞
د (س)	0.1	0.01	0.001	0.0001	←	صفر

ونلاحظ أن ∞ موجبة وأن س تقترب منها ولا تساويها ونستطيع عند ئذ أن نكتب :

$$\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{1}{س} = \text{صفر}$$

■ نتائج : -

1) $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{1}{س^{م}} = \text{صفراً حيث م} \in ح^{+}$

2) $\text{نهـــا}_{س \to \infty} ر^{س} = \text{صفراً حيث } |ر| < 1$

مثلاً : - $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{س} = 0$ ، $\text{نهـــا}_{س \to \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{س} = 0$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 27:

احسب قيمة النهاية إن وجدت

$$\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{2س^2 + 5س}{4س^2 - 3س}$$

الحل:

نلاحظ بالتعويض المباشر تكون قيمة النهاية $\frac{\infty}{\infty}$ وهذه كمية غير معينة
وعليه نقسم كل حد من حدود البسط والمقام على س بأكبر أس فتكون :

$$\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{2س^2}{س^2} + \frac{5س}{س^2}}{\frac{4س^2}{س^2} - \frac{3س}{س^2}} = \text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{2 + \frac{5}{س}}{4 - \frac{3}{س}}$$

$$= \frac{2 + 0}{4 - 0} = \frac{1}{2}$$

مثال 28:

احسب قيمة النهاية إن وجدت

$$\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{5س^3 + 2س^2 - 4س}{15س^2 + 3س}$$

الحل:

$$\text{نهـــا}_{س \to \infty} \frac{\frac{5س^3}{س^3} + \frac{2س^2}{س^3} - \frac{4س}{س^3}}{\frac{15س^2}{س^3} + \frac{3س}{س^3}} = \frac{5 + \frac{2}{س} - \frac{4}{س^2}}{\frac{15}{س} + \frac{3س}{س^2}}$$

$$= \frac{5 + 0 - 0}{0 + 0} = \frac{5}{0}$$

$$= \infty$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال :29

احسب قيمة النهاية إن وجدت

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow \infty} \frac{4 س + 2}{4 + 3س + 6س^2} = \frac{\frac{4}{س} + \frac{2}{س^2}}{6 + \frac{3}{س} + \frac{4}{س^2}}$$

$$= \frac{0 - 0}{0 + 0 + 6}$$

$$= \frac{0}{6} = 0$$

مثال :30

أوجد $\text{نهـــا}_{س \leftarrow \infty} \frac{2 س - 3}{\sqrt{1 + س^2}}$

الحل :

بقسمة حدي الكسر على أكبر اس وهو س

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow \infty} \frac{2 س - 3}{\sqrt{1 + س^2}} = \text{نهـــا}_{س \leftarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{س}}{\sqrt{1 + \frac{1}{س^2}}}$$

$$= \frac{0 - 2}{\sqrt{0 + 1}}$$

مثال :31

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -\infty} \frac{2 س + 5}{\sqrt{9 س^2 - 1}}$$

الحل :

بقسمة حدي الكسر على - س

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow -\infty} \frac{2 س + 5}{\sqrt{9 س^2 - 1}} = \text{نهـــا}_{س \leftarrow -\infty} \frac{2 + \frac{5}{-س}}{\sqrt{9 - \frac{1}{س^2}}}$$

$$= \frac{0 + 2 -}{\sqrt{0 - 9}}$$

$$= \frac{2 -}{3}$$

ملحوظة

لحساب نهـــا د(س)

عندما س $\leftarrow -\infty$

نتبع نفس الإسلوب فقط

$\sqrt{س^2} = -س$

عندما تكون س سالبة

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 32:

أوجد $\lim_{س \to \infty} \frac{7 \times 4^{س} + 15 \times 8^{س}}{2 \times 3^{س} + 5 \times 8^{س}}$

الحل:

بقسمة حدي الكسر على $8^{س}$

$$\text{المقدار} = \lim_{س \to \infty} \frac{7\left(\frac{1}{2}\right)^{س} + 15}{2\left(\frac{3}{8}\right)^{س} + 5} = \frac{7 \times 0 + 15}{2 \times 0 + 5}$$

$$= 3$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا