دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

أسس الإحصـــاء

للسّنة الثّالِثة بمرحلة التّعليم الثانوي

(القسم العلمي)

الاسبوع الخامس عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

الفصل السادس
اختبارات الفروض

لقد ذكرنا أن مادة الإحصاء الاستدلالي تنقسم إلى نوعين، هما التقدير واختبارات الفروض، وقد عرضنا في الفصل السابق موضوع التقدير، وفي هذا الفصل سنعرض موضوع اختبارات الفروض الإحصائية.

(6-1) تعريف الفروض الإحصائية:

الفرضية الإحصائية هي عبارة عن تخمينات أو تعبيرات حول معلمة مجهولة من معالم المجتمع الإحصائي، وقد سميت بالفروض لأنها قد تكون صحيحة أو غير صحيحة.

وسوف نتطرق فيما يلي إلى أنواع الفروض الإحصائية وخطوات اختبارها.

(6-2) أنواع الفروض الإحصائية:

يوجد نوعان من الفروض الإحصائية هما: فرض العدم والفرض البديل، ويمكن تعريفهما كما يلي:

1. فرض العدم:

فرض العدم هو التخمين أو التعبير الذي يأمل الباحث الإحصائي أن يرفضه، وهو الفرض الذي يعطى للمعلمة قيمة يعتقد الباحث أنها ليست القيمة الحقيقية للمعلمة، ولذلك قام بإجراء الاختبار، ومن هنا جاءت تسميته بفرض العدم، أي عدم تمثيل التعبير المذكور في هذا الفرض للقيمة الحقيقية للمعلمة، وفرض العدم هو الفرض الذي يحتوي على إشارة المساواة فهو يدل عادة على عدم الاختلاف، فإذا كان الاختبار خاصا بمعلمة واحدة فيفترض الفرض مساواة هذه المعلمة لقيمة معينة،

وإذا كان الفرض خاصا بمقارنة معلمتين في مجتمعين فيفترض فرض العدم تساوى هاتين المعلمتين وهكذا ..... ويرمز لفرض العدم بالرمز H_0 .

2. الفرض البديل:

هو الفرض الذي يُقبل كبديل لفرض العدم عند رفض فرض العدم، ويرمز له بالرمز H_1 .

فإذا كان الوسط الحسابي لمجتمع معين μ غير معروف ، ونريد أن نختبر أن قيمة هذا الوسط الحسابي تساوى قيمة معينة ولتكن μ_0 أم لا ؟ فتكتب الفروض في هذه الحالة كما يلي :

$$H_0: \mu = \mu_0$$
$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

وإذا كان فرض العدم يعتبر أن الوسط الحسابي المجهول μ أقل من أو يساوى قيمة معينة μ_0، ففي هذه الحالة تكتب الفروض الإحصائية كما يلي :

$$H_0: \mu \leq \mu_0$$
$$H_1: \mu > \mu_0$$

ونستطيع في هذه الحالة أن نكتب في فرض العدم إشارة المساواة فقط أي $H_0: \mu = \mu_0$ وحيث أن الفرض البديل يحتوي على إشارة أكبر من فقط، فنفهم ضمنيا أن إشارة أقل من، يجب أن تكون في فرض العدم حتى إذا لم تذكر صراحة.

أما إذا كان فرض العدم يعتبر أن الوسط الحسابي المجهول μ أكبر من أو يساوى قيمة معينة ، ففي هذه الحالة نكتب الفروض الإحصائية كما يلي :

$$H_0: \mu \geq \mu_0$$
$$H_1: \mu < \mu_0$$

وفي هذه الحالة أيضا نستطيع أن نكتب في فرض العدم إشارة المساواة فقط، أي $H_0: \mu = \mu_0$ وحيث أن الفرض البديل يحتوي على إشارة (أقل من) فقط فنفهم ضمنيا أن إشارة (أكبر من) يجب أن تكون في فرض العدم حتى إذا لم تذكر صراحة.

ويعتمد رفض فرض العدم أو عدم رفضه على أساس قاعدة يضعها متخذو القرارات استنادا على خبرتهم السابقة، وعلى أساس البيانات المتوفرة من العينة المسحوبة.

فإذا كانت نتائج العينة تؤيد فرض العدم وفقا للقاعدة الموضوعة، فإننا لا نرفض فرض العدم (نقبله) لعدم وجود دليل كاف لرفضه، وإذا كانت بيانات العينة لا تؤيد فرض العدم وفقا للقاعدة الموضوعة فإننا نستطيع أن نرفض فرض العدم.

ولاتخاذ القرار برفض أو قبول فرض العدم H_0 نعتمد على ما يسمى بإحصاءة الاختبار حيث تعرف كما يلي :

(3-6) تعريف إحصاءة الاختبار:

هي متغير عشوائي يجب أن يكون توزيعه الاحتمالي معلوما عندما يكون فرض العدم H_0 صحيحا، ونحسب قيمتها من بيانات العينة، وتستخدم قيمة إحصاءة الاختبار المحسوبة من بيانات العينة العشوائية المسحوبة من المجتمع محل الدراسة والتي يطلق عليها القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار لاتخاذ القرار برفض أو قبول فرض العدم $\mathrm{H_0}$.

ويتم تقسيم كل القيم التي يمكن أن تأخذها إحصاءة الاختبار، لمجموعتين غير متداخلتين، أحدهما للنتائج التي إذا ظهرت نقبل فرض العدم وتسمى منطقة القبول، والأخرى للنتائج التي إذا ظهرت نرفض فرض العدم وتسمى منطقة الرفض. أي أن يقسم توزيع المعاينة لإحصاءة الاختبار إلى منطقتين:

1. منطقة القبول: هي المنطقة التي تحتوى على قيم إحصاءة الاختبار التي تؤدى إلى قبول فرض العدم H_0 .

2. منطقة الرفض: هي المنطقة التي تحتوى على قيم إحصاءة الاختبار التي تؤدى إلى رفض فرض العدم H_0 .

والقيمة التي تفصل بين هاتين المنطقتين تسمى **بالقيمة الحرجة**.

يكون القرار رفض فرض العدم إذا كانت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار تقع في منطقة الرفض، وقبول فرض العدم إذا وقعت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار في منطقة القبول.

(6-4) أنواع الأخطاء :

حيث أن اتخاذ القرار يعتمد على القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار، أي على القيمة المحسوبة من العينة المختارة، وقد تكون هذه العينة لا تمثل المجتمع الذي سحبت منه تمثيلا صحيحاً، مما يؤدى إلى وقوع متخذ القرار في خطأ من اثنين:

1. خطأ من النوع الأول:

يحدث هذا الخطأ إذا كان فرض العدم، في الحقيقة صحيحا، ولكن بيانات العينة تظهر أنه غير صحيح، أي أن نتائج العينة تؤدى إلى رفض فرض العدم مع أنه في الواقع صحيح. ويرمز لاحتمال وقوع خطأ من النوع الأول، أي لاحتمال رفض فرض العدم مع أنه في الواقع صحيح بالرمز α ويطلق عليه **مستوى المعنوية**، أي أن:

α = P (ارتكاب خطأ من النوع الأول)

= P (فرض العدم صحيح / رفض فرض العدم)

2. خطأ من النوع الثاني:

يحدث هذا الخطأ نتيجة لقبول فرض العدم مع أنه في الواقع غير صحيح، أي أن بيانات العينة تؤيد فرض العدم مع أن فرض العدم في الحقيقة غير صحيح، ويـــرمز إلى احتمال وقوع خطأ من النوع الثاني، أي احتمال قبول فرض العدم مع أن فرض العدم في الواقع خطأ بالرمز **β** أي أن :

β = P (ارتكاب خطأ من النوع الثاني)

= P (فرض العدم خطأ / رفض فرض العدم)

ويمكن تلخيص الحالات التي يتعـرض لها متخـذ القـرار في الجـدول التالـي:

جدول (6−1)

القرار	H_0 صحيح	H_0 غير صحيح
قبول H_0	قرار سليـم	خطأ من النوع الثاني
رفض H_0	خطأ من النوع الأول	قرار سليم

وعادة تحدد قيمة **α** بالقيمة **0.10** أو **0.05 أو 0.01** والاختيار بين هذه القيم يعتمد على الاعتقاد الشخصي لمتخذ القرار ومدى خبرته، وبالطبع كلما زادت خطورة رفض فرض العدم كلما قلت قيمة **α** المستعملة .

وحيث أن **α** تمثل احتمال رفض فرض العدم مع صحته، ونعلم أن أي احتمال هو مساحة، وبالتالي فإن ∝ تمثل مساحة منطقة الرفض، فبمعرفة **α** نستطيع تحديد منطقة الرفض على الشكل الذي يمثل توزيع المعاينة لإحصاءة الاختبار عندما يكون

H_0 صحيحا، وحيث أن المساحة الكلية تحت منحنى دالة كثافة الاحتمال تساوى الواحد الصحيح فنستطيع تحديد منطقة القبول ، وتكون هي المنطقة تحت المنحنى المــكملة لمنطقة الرفض ومساحتها **(1-α)**. وعند تحديد منطقة الرفض سنتعرض إلى الحالات الثلاثة التالية:

1. تكون منطقة الرفض موزعة على طرفي التوزيع الاحتمالي لإحصاءة الاختبار إذا كانت الفروض الإحصائية كما يلي:

$$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0}$$
$$\boldsymbol{H_1: \mu \neq \mu_0}$$

ويسمى الاختبار في هذه الحالة **اختبار ذو طرفين.**

2. تكون منطقة الرفض كلها في الطرف الأيمن للتوزيع الاحتمالي لإحصاءة الاختبار إذا كانت الفروض الإحصائية كما يلي:

$$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0}$$
$$\boldsymbol{H_1: \mu > \mu_0}$$

ويسمى الاختبار في هذه الحالة **اختبار ذو طرف واحد أيمن.**

3. تكون منطقة الرفض كلها في الطرف الأيسر للتوزيع الاحتمالي لإحصاءة الاختبار إذا كانت الفروض الإحصائية كما يلي:

$$\boldsymbol{H_0: \mu = \mu_0}$$
$$\boldsymbol{H_1: \mu < \mu_0}$$

ويسمى الاختبار في هذه الحالة **اختبار ذو طرف واحد أيسر.**

وبعد تحديد منطقة الرفض ومنطقة القبول على الشكل الذي يمثل التوزيع الاحتمالي لإحصاءة الاختبار، نحسب القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار، وهي قيمة إحصاءة الاختبار المحسوبة من واقع بيانات العينة، فإذا وقعـــت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار في منطقة القبول نقبل فرض العدم $\mathbf{H_0}$، وإذا وقعت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار في منطقة الرفض نرفض فرض العدم $\mathbf{H_0}$

باستخدام مستوى معنوية α، فيجب ذكر مستوى المعنوية عند اتخاذ القرار ، وذلك لأن القرار قد يختلف باختلاف مستوى المعنوية المستخدم .

ويمكن تلخيص خطوات اختبارات الفروض الإحصائية فيما يلي:

(6-5) خطوات اختبارات الفروض الإحصائية:

1. صياغــة فــرض العـــدم والفــرض البديـــــــل.
2. تحديد مستوى المعنوية α **(مساحة منطقة الرفض)** .
3. اختيار إحصاءة الاختبار المناسبة وهي الإحصاءة التي تعتمد على أفضل مقدِّر بالقيمة للمعلمة المجهولة التي نجرى الاختبار بخصوصها ويجب معرفة التوزيع الاحتمالي لهذه الإحصاءة عندما يكون $\mathbf{H_0}$ صحيحا، وذلك لتحديد منطقة الرفض ومنطقة القبول .
4. حساب القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار، أي حساب قيمة إحصاءة الاختبار من واقع البيانات المشاهدة التي نحصل عليها من العينة وذلك مع افتراض صحة فرض العدم.
5. اتخاذ القرار المناسب، ويكون أحد القرارين التاليين:

أ. نرفض فرض العدم $\mathbf{H_0}$ إذا وقعت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار في منطقة الرفض.

ب. نقبل فرض العدم H_0 إذا وقعت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار في منطقة القبول.

(6-6) اختبارات للوسط الحسابي للمجتمـــــع μ:
(6-6-1) عندما يكون تباين المجتمع σ^2 معلوما:

نعلم أن أفضل مقدّر بالقيمة للوسط الحسابي للمجتمع المجهول μ هو الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$، وأن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ توزيع طبيعي إذا كان المجتمع المسحوبة منه العينة يتوزع توزيعا طبيعيا، وأن توزيع المعاينة للوسط الحسابي للعينة قريبا من التوزيع الطبيعي إذ كان حجم العينة أكبر من ثلاثين **(n>30)**، وذلك بغض النظر عن توزيع المجتمع المسحوبة منه العينة (وفقا لنظرية النهاية المركزية) . وحيث أننا عند التعامل مع أي متغير طبيعي يجب تحويله إلى صيغته المعيارية، فتكون إحصاءة الاختبار المناسبة لإجراء اختبار الوسط الحسابي للمجتمع عندما يكون σ^2 معلوما ، هي المتغير العشوائي الطبيعي المعياري Z حيث

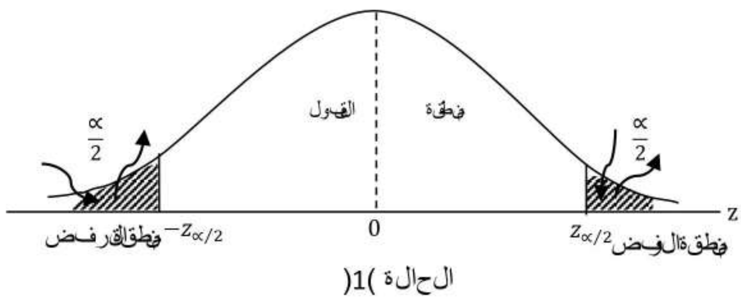
$$\boxed{Z=\frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}}$$

وعند استخدام مستوى معنوية يساوى α فيعنى ذلك أن مساحة منطقة الرفض تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري تساوى α وسنتعرض لإحدى الحالات الثلاثة التالية:

1. إذا كان الاختبار ذا طرفين فستكون مساحة منطقة الرفض α مقسومة إلى منطقتين منطقة في الطرف الأيمن لتوزيع المعاينة لإحصاءة الاختبار (**التوزيع الطبيعي المعياري**) ومنطقة أخرى مساوية لها في الطرف الأيسر للتوزيع ، وبالتالي ستكون مساحة كل منطقة تساوى $\alpha/2$ وتكون المساحة بين هاتين المنطقتين هي منطقة القبول . ونحدد القيم الحرجة التي تفصل منطقة القبول عن منطقتي الرفض من جدول (م.**1**) فتكون القيمة الحرجة التي على اليمين هي قيمة Z الجدولية التي على يمينها مساحة قدرها $\alpha/2$ ونرمز لها $Z_{\alpha/2}$ وتكون القيمة الحرجة التي على اليسار

هي القيمة الجدولية التي على يسارها مساحة قدرها $\alpha/_2$، وبما أن المنحنى الطبيعي المعياري متماثل فستكون هي نفسها القيمة الحرجة التي على اليمين مع اختلاف الإشارة، وبالتالي نرمز لها بالرمز $-Z\alpha/_2$، **الشكل (6−1)** يوضح منطقتي الرفض القبول في هذه الحالة ونرفض فرض العدم $\mathbf{H_0}$ إذا كانت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار تقع في منطقة الرفض، أي إذا كانت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار (القيمة المحسوبة **Z**) أكبر من القيمة الجدولية الموجبة أو أقل من القيمة الجدولية السالبة، أي:

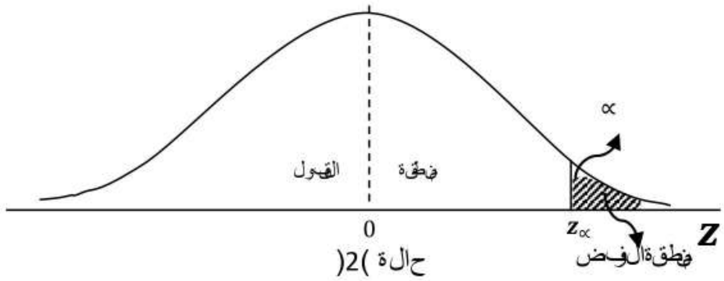
$$z \leq -z\propto/_2 \quad و \quad z \geq z\propto/_2$$



شكل (6−1) اختبار ذو طرفين

2. أما إذا كان الاختبار ذو طرف أيمن، فستكون منطقة الرفض كلها ناحية اليمين ومساحتها تساوى $\boldsymbol{\alpha}$، وتكون القيمة الحرجة التي تفصل بين منطقة الرفض ومنطقة القبول هي القيمة الجدولية التي على يمينها مساحة قدرها $\boldsymbol{\alpha}$، ويرمز لها بالرمز Z_α، وشكل **(6−2)** يوضح ذلك، ونرفض فرض العدم H_0 إذا كانت القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار أكبر من القيمة الجدولية، أي:

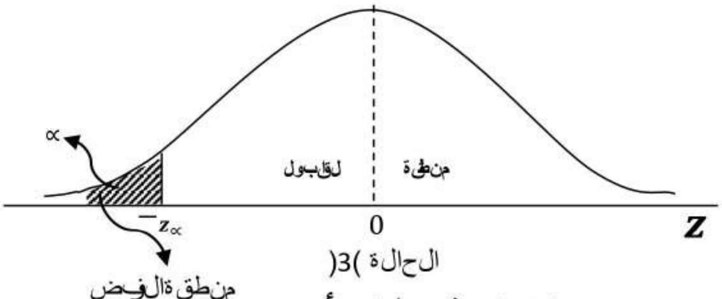
$$Z \geq Z_{\propto}$$



شكل (6−2) اختبار ذو طرف أيمن

3. أما إذا كان الاختبار ذو طرف أيسر، فستكون منطقة الرفض كلها ناحية اليسار ومساحتها تساوى α، وتكون القيمة الحرجة التي تفصل بين منطقة الرفض ومنطقة القبول هي القيمة الجدولية التي على يسارها مساحة قدرها α، ويرمز لها بالرمز $-Z_{\propto}$ وشكل **(6−3)** يوضح ذلك ، ونرفض فرض العدم H_0 إذا كانت: القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار أقل من القيمة الجدولية أي أن:

$$Z \leq -Z_{\alpha}$$



اختبار ذو طرف أيسر

شكل (6−3)

مثال (1-6) :

يدِّعى مدير مصنع لصناعة الأنابيب إن صناعة هذه الأنابيب في مصنعه دقيقة جدا ومطابقة للمواصفات وأن الوسط الحسابي لأطوال كل الأنابيب المنتجة **60** سم بتباين **2.25**، وللتأكد من صحة قوله سحبت عينه عشوائية من الإنتاج الكلى للمصنع تحتوي على **16** أنبوبـاً، فكان الوسط الحسابي لأطوالها **58.8** سم، فإذا كانت أطوال الأنابيب تتبع توزيعا طبيعيا، فاختبر صحة ادعاء مدير المصنع باستخدام مستوى معنوية **0.05** .

الحل :

المجتمع في هذه الدراسة يتكون من أطوال كل الأنابيب المنتجة في هذا المصنع، وعند وضع الفروض، سيفترض الفرض $\mathbf{H_0}$ أن إدعاء المدير صحيح والإنتاج في المصنع مطابق للمواصفات، أي أن الوسط الحسابي لأطوال كل الأنابيب المنتجة في المصنع μ يساوى **60** سم، أما الفرض البديل فسيفترض الحالة البديلة وهي أن الادعاء غير صحيح ، أي أن الإنتاج في المصنع غير مطابق للمواصفات، فقد يكون الوسط الحسابي لأطوال كل الأنابيب المنتجة في المصنع μ أقل أو أكبر من **60** سم وتكتب هذه الفروض كما يلي :

$$H_0: \mu = 60$$
$$H_1: \mu \neq 60$$

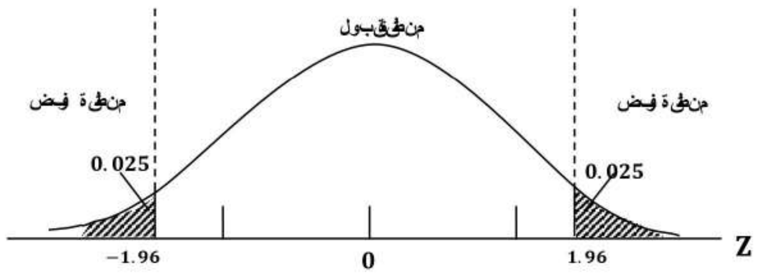
وبما أن المجتمع يتوزع توزيعا طبيعيا، وتباينه معلوم ($\sigma^2 = 2.25$)، إذن إحصاءة الاختبار المناسبة لهذه الحالة هي الإحصاءة التالية :

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$$

وتوزيع المعاينة لهذه الإحصاءة توزيع طبيعي معياري.

وحيث أن الاختبار ذو طرفين ومستوى المعنوية **$\alpha = 0.05$** فمن جدول **(م.1)** نستطيع الحصول على القيمة الحرجة للطرف الأيمن وهي:

$\mathbf{Z_{\alpha/2} = Z_{0.025} = 1.96}$ ، وبالتالي تكون القيمة الحرجة للطرف الأيسر تساوى **1.96 −** والمساحة بين هاتين القيمتين تمثل منطقة القبول ، أما المساحة على الطرفين فتمثل منطقة الرفض ، وذلك كما هو واضح في الشكل **(6−4)** .



شكل (6−4)

وبعد تحديد منطقة القبول والرفض نقوم بحساب القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار وهي قيمة الاحصاءة بعد أن نعوِّض فيها ببيانات العينة، فنجد أن القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار هي:

$$Z = \frac{\overline{\mathrm{X}} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{58.8 - 60}{\sqrt{\frac{2.25}{16}}} = -\frac{1.2}{0.375} = -3.2$$

وبما أن القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار تقع في منطقة الرفض، إذن نرفض H_0 بمستوى معنوية **0.05** ويعنى ذلك أن إدعاء مدير المصنع غير صحيح ، أي إن الوسط الحسابي لأطوال كل الأنابيب المنتجة في المصنع لا يساوى **60** سم. وبالطبع هذا القرار الذي اتخذناه ليس صحيحا **100%**، بل نتوقع ارتكاب خطأ، لأننا اعتمدنا في قرارنا على بيانات عينة وقد تكون هذه العينة لا تمثل المجتمع تمثيلا سليما،

واحتمال أن يكون هذا القرار خاطئ يساوى مستوى المعنوية = **0.05** (احتمال وقوع خطأ من النوع الأول).

مثال)2-6(:

إذا علمت من دراسة إحصائية سابقة أن أطوال كل طلبة مدرسة ثانوية ما تتبع توزيعا طبيعيا بوسط حسابي **165 سم** وتباين قدره **9**، وفي السنوات الأخيرة يعتقد أن الوسط الحسابي لأطوال كل طلبة هذه المدرسة قد زاد، ولذلك اختيرت عينة عشوائية تشمل **16** طالبا من طلبة هذه المدرسة، ووجد أن الوسط الحسابي لهذه العينة يساوى **165.75 سم**، فأختبر هذا الاعتقاد، وذلك باستخدام مستوى معنوية $\alpha = 0.05$.

الحل:

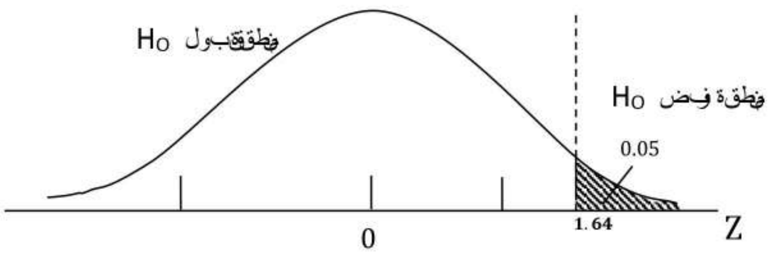
نكتب فروض هذا الاختبار كما يلي:

$$H_0: \mu = 165$$
$$H_1: \mu > 165$$

وبما أن الأطوال تتوزع توزيعا طبيعيا وتباين المجتمع معلوم فإن إحصاءة الاختبار المناسبة هي:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$$

وتوزيع المعاينة لهذه الإحصاءة توزيع طبيعي معياري. وحيث أن الاختبار ذو طرف أيمن ومستوى المعنوية **0.05** α فمن جدول **(م.1)** نستطيع الحصول على القيمة الحرجة $Z_a = Z_{0.05} = 1.64$، وتكون المساحة على يمين هذه القيمة تمثل منطقة الرفض والمساحة على يسارها تمثل منطقة القبول، وذلك كما هو واضح في الشكل **(6−5)** .



شكل (5−6)

ثم نحسب القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار حيث:

$$Z = \frac{\overline{\mathbf{X}} - \boldsymbol{\mu}}{\sqrt{\boldsymbol{\sigma}^2/\mathbf{n}}} = \frac{\mathbf{165.75 - 165}}{\sqrt{\mathbf{9/16}}} = \frac{\mathbf{(0.75)(4)}}{\mathbf{3}} = \mathbf{1.0}$$

وبما أن القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار تقع في منطقة القبول (**$1.0 < 1.64$**)، إذن سيكون قرارنا هو قبول $\mathbf{H_0}$ بمستوى معنوية $\boldsymbol{\alpha}$ يساوى **0.05**. أي أن الوسط الحسابي لأطوال كل طلبة المدرسة الثانوية لم يزد.

مثال (3-6):

تدّعى شركة لإنتاج الدقيق المعبأ في أكياس، بأن الوسط الحسابي لأوزان كل الأكياس المنتجة يساوى **99** جرام، بتباين **4**، ولكن المسؤلين على الرقابة يشكُون في ذلك ويعتقدون أن الوسط الحسابي لوزن الأكياس المنتجة أقل من **99** جرام، ولذلك اختاروا من إنتاج هذه الشركة عينة عشوائية تحتوى **100** كيس، وكان الوسط الحسابي لهذه العينة **98** جرام، فهل تؤيد هذه العينة ادعاء الشركة؟ اختبر ذلك باستخدام مستوى معنوية **0.02**.

الحل:

تكتب فروض هذا الاختبار كما يلي:

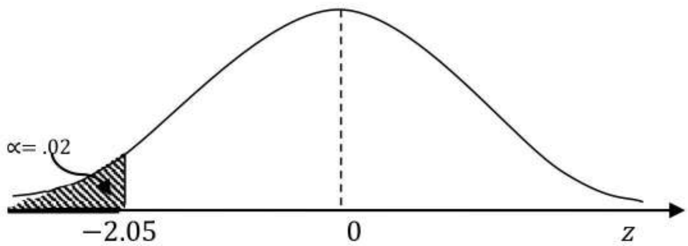
$$H_0: \boldsymbol{\mu} = \mathbf{99}$$
$$H_1: \boldsymbol{\mu} < \mathbf{99}$$

وبما أن حجم العينة كبير وتباين المجتمع معلوم فإن إحصاءة الاختبار المناسبة هي:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}}$$

وتوزيع المعاينة لهذه الإحصاءة توزيع طبيعي معياري.

وحيث أن الاختبار ذو طرف أيسر ومستوى المعنوية **$\alpha = 0.02$** فمن جدول **(م.1)** نستطيع الحصول على القيمة الحرجة $-Z_{\alpha} = -Z_{0.02} = -2.05$، وتكون المساحة على يسار هذه القيمة تمثل منطقة الرفض والمساحة على يمينها تمثل منطقة القبول وذلك كما هو واضح في الشكل (6-6) .



شكل (6-6)

ثم نحسب القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار حيث :

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sqrt{\sigma^2/n}} = \frac{98 - 99}{\sqrt{4/100}} = \frac{-1.0}{\frac{2}{10}} = -5.0$$

وبما أن القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار تقع في منطقة الرفض لأن $(-2.05 > -5.0)$، إذن فسيكون قرارنا هو رفض H_0 بمستوى معنوية $\alpha = 0.02$ ويعني ذلك أن الوسط الحسابي لوزن أكياس الدقيق المنتجة من هذه الشركة أقل من **99**، أي أن إدعاء الشركة غير صحيح .

ملخص الفصل السادس

الفروض الإحصائية هي الفرع الثاني من فرعي الإحصاء الاستدلالي وهي تخمينات حول قيمة معلمة مجهولة ، وهذه التخمينات نعبِّر عنها في شكل فرضين هما :

1) فرض العدم $\mathbf{H_0}$ وهو التخمين الذي يأمل الباحث أن يرفضه .

2) الفرض البديل H_1 وهو الذي يقبل كبديل لـ H_0 عند رفض H_0 .

ويعتمد رفض H_0 أو قبوله على أساس قاعدة يضعها متخذ القرار وعلى بيانات العينة التي نحسب منها القيمة المشاهدة لإحصاءة الاختبار ، وبما أن اتخاذ القرار يعتمد على القيمة المحسوبة من العينة وقد تكون العينة لا تمثل المجتمع تمثيلا سليما مما يؤدى إلى وقوع خطأ من اثنين هما خطأ من النوع الأول ويحدث عندما تؤدى نتائج العينة إلى رفض H_0 مع أن H_0 في الواقع صحيح ونرمز لاحتماله بالرمز α ، وخطا من النوع الثاني ويحدث عندما تؤدى بيانات العينة إلى قبول H_0 مع أن H_0 في الواقع خطأ ونرمز لاحتماله بالرمز β . وإحصاءة الاختبار الخاصة باختبار الوسط الحسابي للمجتمع ، عندما يتوزع المجتمع توزيعا طبيعيا ، بتباين معلوم ، أو يكون حجم العينة كبيرا هي : $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$ وتتبع توزيع طبيعي معياري ، وعندما يتوزع المجتمع توزيعا طبيعيا ، بتباين مجهول ، فإحصاءة الاختبار هي : $T = \frac{\bar{X}-\mu}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}}$ وتتبع توزيع **t** بدرجات حرية $(n-1)$.