دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع السادس عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

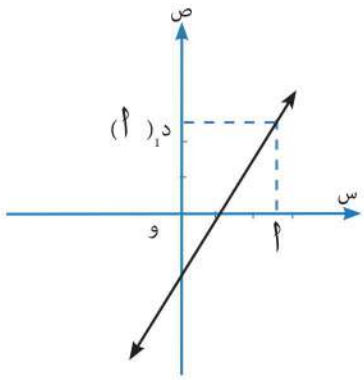
العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

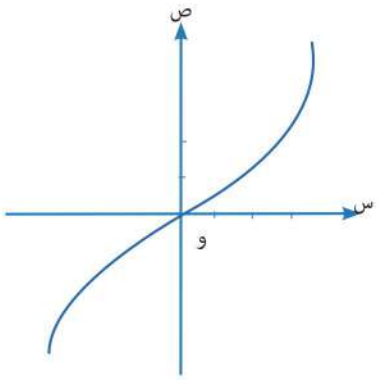
6 - 5 مفهوم اتصال الدالة عند نقطة

لنتأمل الأشكال (5 - 1) (5 - 2) ، (5 - 3) التي تمثل على الترتيب الدوال الأتية وجميعها دوال من ح ← ح

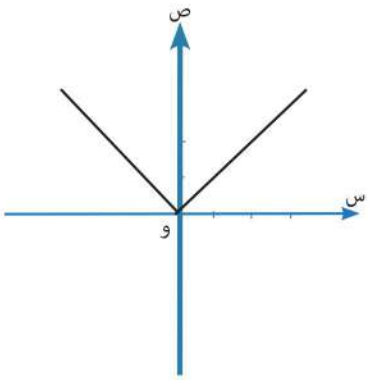
د1(س) = س - 1 ، د2 (س) = $س^3$ ، د3 (س) = | س |



شكل (5 - 1)



شكل (5 - 2)



شكل (5 - 6)

إن التمثيل لهذه الدّوال الثلاثة هي خطوط متصلة ، إي يمكن رسمها دون أن نرفع سن القلم عن الورقة التي ترسم عليها . بمعنى آخر لا يوجد بأي خط منها قفزة ، لهذا نقول أن الدوال $د_1$، $د_2$ ، $د_3$ هي دوال

متصلة عند جميع النقط .

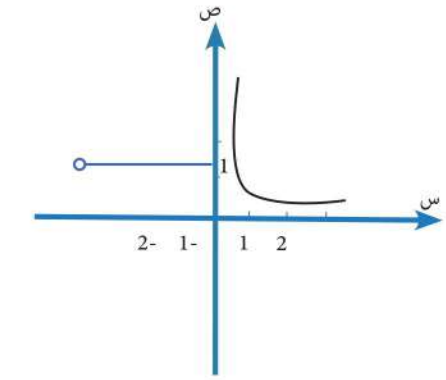
ولنتأمل الأشكال (5 - 4) (5 - 5) ، (5 - 6) والتي تمثل على الترتيب الدوال الأتية :

$$د_4(س) = \begin{cases} 1 & ، \quad 0 \geq س > 2 \\ \frac{1}{س} & ، \quad 2 \geq س > 0 \end{cases}$$

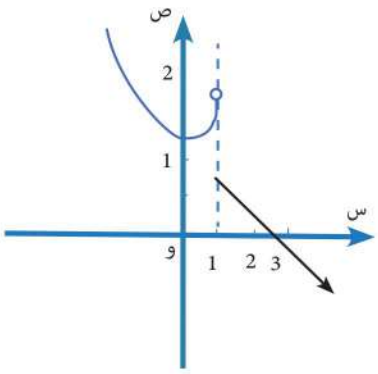
$$د_5(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، \quad س < 2 \\ 3 - س & ، \quad س \leq 2 \end{cases}$$

$$د_6(س) = \begin{cases} \frac{(2س + 3)(س - 1)}{(س - 1)} & ، \quad س \neq 1 \\ 0 & ، \quad \text{خلاف ذلك} \end{cases}$$

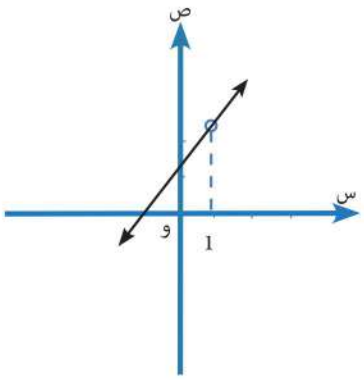
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



شكل (5 - 4)



شكل (5 - 5)



شكل (5 - 6)

إن التمثيل البياني لأي من هذه الدوال هو خط متصل فيما عدا عند نقطة ما وبالتالي نقول أن الدوال د4، د5، د6 **غير متصلة على الترتيب عند** س= 0 ، س = 2 ، س= 1

تعريف: تكون الدالة د متصلة عند نقطة س = أ إذا تحققت الشروط الثلاثة التالية مجتمعة :

1) د(س) معرفة عند س = أ (د(أ) لها وجود)
2) د(س) لها نهاية عند س ← أ
3) نهـــــا د(س) = د(أ)
س← أ

مثال 33:

ابحث اتصال الدالة

$$\text{د(س)} \begin{cases} 2س & ، \ س \geq 1 \\ 3 - س & ، \ س < 1 \end{cases} \quad \text{عند س = 1}$$

الحل :

د(1) = 2(1) = 2 ∴ الدالة معّرفة عند س=1

، نهـــــا د(س) = نهـــــا 2 س = 2
س← أ⁻ س← أ

، نهـــــا د(س) = نهـــــا (3 - س) = 2
س← 1⁺ س← 1⁺

∴ نهـــــا د(س) = نهـــــا د(س) = نهـــــا د(س) = د(1)
س← أ⁻ س← 1⁺ س← 1

∴ الدالة د(س) متصلة عند س = 1

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 34:

ابحث اتصال الدالة

$$\text{د}(س) = \begin{cases} \dfrac{س^{2} - 9}{س - 3} & ، \ س \neq 3 \\ 6 & ، \ س = 3 \end{cases} \quad \text{عند } س = 3$$

الحل :

نبحث اتصال الدالة عند $س = 3$

$$\text{د}(س) = \frac{س^{2} - 9}{س - 3} = س + 3 \quad ، \quad س \neq 3$$

$\text{د}(3) = 3 + 3 = 6$ ∴ الدالة د معرفة عند $س = 3$

$$\text{نهـــا}_{س \to 3^{-}} \text{د}(س) = \text{نهـــا}_{س \to 3^{+}} \text{د}(س) = 6 \quad ،$$

∴ مما سبق ينتج أن د متصلة عند $س = 3$

مثال 35:

ابحث اتصال الدالة

$$\text{د}(س) = \begin{cases} \dfrac{س^{3} - 8}{س - 2} & ، \ س > 2 \\ 3س + 6 & ، \ س \leq 2 \end{cases} \quad \text{عند } س = 2$$

الحل :

1) إذا كانت $س > 2$ ، فإن $\text{د}(س) = \dfrac{س^{3} - 8}{س - 2}$

وعليه ، $\text{د}(س) = \dfrac{(س - 2)(س^{2} + 2س + 4)}{(س - 2)}$

$= س^{2} + 2س + 4$

$\text{د}(2) = 2^{2} + 2 \times 2 + 4 = 12$ ،

$\text{نهـــا}_{س \to 2^{-}} \text{د}(س) = \text{نهـــا}_{س \to 2^{+}} \text{د}(س) = 12$

∴ الدالة د متصلة عند كل س : $س > 2$ ⟸

متصلة على الفترة $(2 ، -\infty)$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2) إذا كانت س ⩽ 2 ، فإن د(2) = 3× 2 + 6 . د(2) = 12

نهـــا د(س) = نهـــا = نهـــا (3 س + 6) = 12

س←2 س←2 + س←2

∴ الدالة د متصلة عند س كل س < 2 ⟸

متصلة على الفترة (2، ∞)

∵ نهـــا د(س) = 12 = د(2)

س←2

∴ الدالة متصلة عند س = 2

مثال 36

ناقش استمرارية الدالة الآتية عند س = 0

$$د(س) = \begin{cases} 3س^2 - 2س & ، س > 0 \\ 0 & ، س = 0 \\ 5س & ، س < 0 \end{cases}$$

الحل :

نناقش استمرارية الدالة من خلال تطبيق الشروط الثلاث :

1 . د(0) = 0 ، نهـــا 3 س ^{2} - 2س = 0

س←0

2. نهـــا د(س) = نهـــا 5س = 0

س←0 + س←0 +

∵ النهاية اليسرى = النهاية اليمنى

∴ نهاية الدالة لها وجود أي أن نهـــا د(س) = 0 ، د(0) = نهـــا د(س) = 0

س←0 س←0 +

∴ الدالة متصلة عند س = 0

ملاحظات :

❖ الدالة الحدودية تكون متصلة على جميع الأعداد الحقيقية .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا