دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع السابع عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

التفاضل

Differentiation

يعتمد مفهوم اشتقاق الدالة على معنى النهاية يعتبر هذا المفهوم بداية لدراسة التفاضل ويستخدم لحساب المعادلات التي تتغير فيها قيمة متغير أو كمية .

في نهاية هذا الفصل سيكون الطالب قادراً على :

- ❖استيعاب مفهوم التغير .
- ❖ استخدام المبادئ الأولية .
- ❖ التعرف على قواعد المشتقة وحساب تفاضلات بسيطة .
- ❖ يصنف هندسياً القاطع والمماس لمنحنى الدالة عند نقطة .
- ❖ يستخدم قواعد الإشتقاق لإيجاد مشتقة دوال جبرية صريحة .
- ❖ يستخدم رموزاً مختلفة للتعبير عن المشتقة الأولى
- ❖ يميز بين الأشتقاق والأتصال عند نقطة .

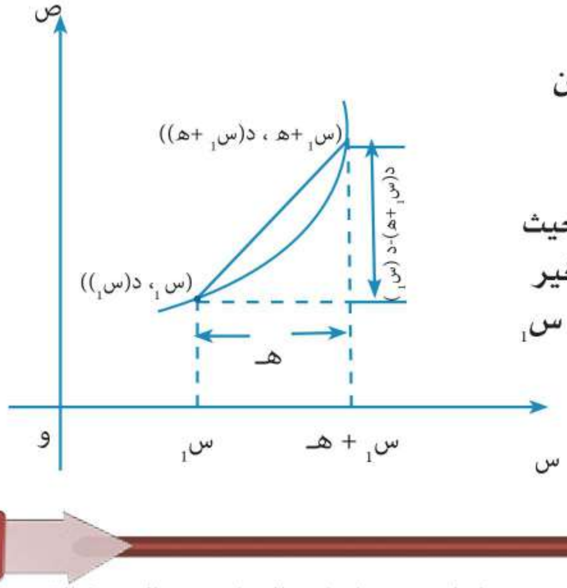
1 - 6 التغير The chang

ليكن ص = د(س) حيث : د معَّرفة على ف ⊃ ح

عندماتتغير س من س$_1$إلى(س$_1$ + هـ) فإن ص تتغير من د(س$_1$) إلى د(س$_1$ + هـ)

أي تغير ل في س يقابله التغير :

د(س$_1$ + هـ) - د(س$_1$) في ص ومع ذلك فإن ∀هـ حيث س$_1$ + ل ∋ف يتعين عدد حقيقي يمثل مقدار التغير في قيمة الدالة المناظر للتغير في قيمة س من س$_1$ إلى س$_1$ + هـ .



سنرمز للتغير في س بالرمز Δ س (ويقرا دلتا س)ومقدار التغير في قيمة الدالة نرمز لها بالرمز Δص حيث Δس = س$_2$ - س$_1$ ، Δص = ص$_2$ - ص$_1$

، Δص = د(س$_1$ + Δس) - د(س$_1$) تسمى دالة التغيروبقسمة هذه الدالة على Δس حيث Δس $\neq 0$

نحصل على متوسط التغير في ص عندما تتغير س من س$_1$ إلى س$_2$

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{د(س_1 + \Delta س) - د(س)}{\Delta س}$$

وإذا أخذنا $\lim\limits_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ فنحصل على معدل التغير للدالة د عند النقطة س وتكتب

$$\Leftarrow \frac{\Delta ص}{\Delta س} = (\Delta س) \, ٮ$$

معدل التغير الدالة عند س$_1$ = $\lim\limits_{\Delta س \to 0} \frac{د(س_1 + \Delta س) - د(س)}{\Delta س}$ ، Δس $\neq 0$

مثال 1:

إذا كانت د(س) = س^2 +1

(أولاً) أوجد دالة التغير عندما س = 3 ثم أحسب قيمة د التغير عند Δس = 0.01

(ثانياً) أحسب متوسط تغيرالدالة عندما تتغير س من 3 إلى 3.2

(ثالثاً) معدل تغير الدالة س عند = 3

الحل :

(أولاً) دالة التغير

Δص = د(س$_1$ + Δس) - د(س$_1$)

Δص = د(3 + Δس) - د(3)

Δص = [(3 + Δس)^2 + 1)] - [3^2 + 1]

Δص = 9 + 6 Δس + (Δس)^2 + 1 - 10

Δص = (Δس)^2 + 6 Δس

دالة التغير عندما Δس = 0.01

Δص = (0.01)^2 + 6(0.01)

= 0.0601

(ثانياً)متوسط تغير الدالة :

$$\frac{د(س_1 + \Delta س) - د(س_1)}{\Delta س} = \frac{د(3 + \Delta س) - د(3)}{\Delta س}$$

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{(\Delta س)^2 - 6 \Delta س}{\Delta س} = \Delta س + 6$$

عندما تتغيرس من 3 إلى 3.02 تكون Δس = 0.02

متوسط تغير الدالة = 0.02 + 6 = 6.02

(ثالثاً) معدل تغير الدالة عندما س = 3

$$\lim_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \lim_{\Delta س \to 0} (\Delta س + 6) = 6$$

تمرين 6 - أ :

1 **أوجد متوسط التغير في كل من الحالات التالية : -**

أ د(س) = 5 س^2 + س **عندما تتغير س من** 2 إلى 1.8

ب د(س) = $\sqrt{س^2 - 1}$ **عندما تتغير س من** 10 إلى 11.24 حيث س $\geqslant$ 1

2 **يعطي حجم مزرعة للبكتريا عند لحظة زمنية ن (مقاسة بالساعات)**

ح (ن) = 12000 + 6000 ن - 120 ن^2

أوجد متوسط نمو المزرعة عند ن من ساعتان إلى 3 ساعات ثم أوجد معدل النمو عند ن = 4 ساعات .