دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف الأول من مرحلة التعليم الثانوي

الاسبوع الثامن عشر

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

5 - 3 التغير العكسي Inverse Variation

يبين الجدول التالي زمن الطيران لطائرات تسافر بسرعات مختلفة بين مطارين المسافة بينهما 3000 كم.

السرعة المتوسطة كم /ساعة	الزمن بالساعات ت	$\frac{ن}{ت}$	$\frac{ن}{ت^2}$	ن×ت
200	15			
300	10			
400	$7\frac{1}{2}$			
500	6			
1000	3			
3000	1			

نشاط1 - إجراء لابتكار ورقة عمل باستخدام برامج معالجة البيانات Spread Sheet.

الخطوة	العمل
1	انقر على الأيقونة اخاصة ببرنامج Spread Sheet لفتح ورقة العمل
2	ادخل البيانات المعطاة بما في ذلك (العناوين) في العمود من A إلى E.
3	في العمود C وخلية الصف2 ، اكتب= $\frac{ن}{ت}$ ثم اضغط مفتاح Enter (سوف تظهر القيمة (200 ÷ 15) في هذه الخلية)
4	باضاءة العمود C وخلية الصف 2 ، وبالنقر على الركن أسفل اليمين لهذه الخلية (a + Cursor appears) متجها إلى أسفل بالفأرة (drag + Cursor) حتى الصف الاخير من العينة (الصف 7) ا ثم اضغط مفتاح Enter .
5	في العمود D وخلية الصف 2 ، اكتب= $\frac{ن}{ت^2}$ ثم اضغط مفتاح Enter (القيمة (200 ÷ 215) سوف تظهر في هذه الخلية)
6	كرر الخطوة 4 ولكن باضاءة العمود D وخلية الصف الثاني
7	في العمود E وخلية الصف2 ، اكتب= ن×ت ثم اضغط مفتاح Enter (القيمة (15 ÷ 200) يمكن رؤيتها في هذه الخلية)
8	كرر الخطوة 4 باضاءة العمود E وخلية الصف 2.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

استخدم النتائج للاجابة ما يأتي:

(أ) هل $ن \propto ت$ ؟ ولماذا ؟

(ب) هل $ن \propto ت^2$ ؟ ولماذا ؟

(جـ) هل $نت$ = مقدار ثابت ؟ ثم أوجد العلاقة بين ن ، ت ؟

2 - انقل واكمل الجدول التالي:

س	ت	$\frac{ن}{ت}$	$\frac{ن}{ت^2}$	$ن \times ت$
1	12			
2	6			
3	4			
4	3			

بالنسبة لقيم $نت$ الجدول السابق:

(أ) حدد إذا كانت $ن \propto ت$.

(ب) حدد إذا كانت $ن \propto ت^2$.

(جـ) أوجد العلاقة بين ن ، ت ؟

في النشاطين أعلاه يمكن ملاحظة نقصان كمية بازدياد الاخرى، كما أنه إذا تضاعفت كمية فإن الكمية الاخرى تنتصف قيمتها في الحقيقة بالنسبة لكل قيمتين متناظرتين يمكن الاستدلال على أن ناتج ن ، ت ثابت على سبيل المثال في النشاط 2.

$12 = 3 \times 4 = 4 \times 3 = 6 \times 2 = 12 \times 1$

أي أن $ن \times ت = 12$

ملاحظات Notes

- استخدم الآلة الحاسبة أو الحساب الدهني.

- $ك = (\frac{1}{ت}) = ك \times \frac{1}{ت} = \frac{ك}{ت}$

ولهذا فإن مقدار ثابت وعند كتابته بالصورة العامة نحصل على

$ن \times ت = ك$ أو $ن = \frac{ك}{ت}$

أى أن : $ن = ك (\frac{1}{ت})$ حيث ك ثابت

تذكر أنه عندما ص س نحصل على ص = ك س

وإذا كان $ن = ك (\frac{1}{ت})$

نحصل على $ن \propto \frac{1}{ت}$

$\frac{1}{ت}$ تسمى مقلوب ت أو نقول بعبارة أخرى ان $\frac{1}{ت}$ هي المعكوس الضربي لـ ت وبناء عليه بالنسبة للمواقف التي تشبه $ن \propto \frac{1}{ت}$ يمكن أن القول أن:

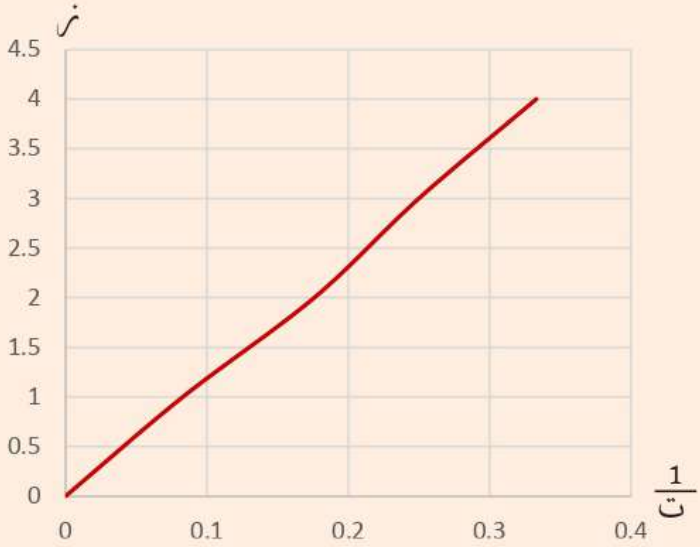
ن تتغير عكسيا مع ت أو ن تتناسب عكسيا مع ت.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

$ن \propto \frac{1}{ت}$ تعني أن $ن = \frac{ك}{ت}$ أو

$ن ت = ك$ ، حيث ك ثابت

دعنا نرسم العلاقة النشاط (2) في السابقة الصفحة عن طريق تحديد نقط ن مقابل نقط $\frac{1}{ت}$. يكون أولا جدول القيم كمايلي:



$\frac{1}{ت}$	ت	ن
0.083	12	1
0.176	6	2
0.250	4	3
0.333	3	4

عندما ترسم نقط ن مقابل $\frac{1}{ت}$ سوف نحصل على خط مستقيم يمر بنقطة الأصل مما يشير إلى أن:

ن يتغير طرديا بتغير $\frac{1}{ت}$ أو بمعنى تتغير ن عكسيا مع ت.

مثال 7 :

اذا كانت د تتغير عكسيا بتغير ن وكانت د = 4 عندما ن = 2.

(أ) عبر عن د بدلالة ن.

(ب) احسب قيمة د عندما ن = 4.

(جـ) احسب قيمة ن عندما د = 6.

الحل :

(أ) $د \propto \frac{1}{ن}$

$\therefore د = \frac{ك}{ن}$ حيث ك مقدار ثابت.

د = 4 عندما ن = 2

$\therefore 4 = \frac{ك}{2}$

$ك = 4 \times 2 = 8$

$\therefore$ المعادلة هي $د = \frac{8}{ن}$

(ب) عندما ن = 4

$د = \frac{8}{4} = 2$

(جـ) عندما د = 6

$6 = \frac{8}{ن}$

$6 ن = 8$

$\therefore ن = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 8 :

إذا كانت ص تتغير عكسيا بتغير مربع س وكانت ص = 9 عندما س = 2. أوجد.

(أ) قيمة ص عندما س = 4 . (ب) قيمة س عندما ص = 4 .

الحل :

(أ) نحتاج أولا إلى معادلة تربط بين ص ، س

$ص \propto \frac{1}{س^2}$ ∴ $ص = \frac{ك}{س^2}$ حيث ك مقدار ثابت.

ص = 9 عندما س = 2

∴ $9 = \frac{ك}{2^2} = \frac{ك}{4}$ أي ك = 9 × 4 = 36

∴ المعادلة هي $ص = \frac{36}{س^2}$

(أ) عندما س = 4

$ص = \frac{36}{(4)^2}$

$= \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$

$= 2\frac{1}{4}$

(ب) عندما ص = 4

$4 = \frac{36}{س^2}$

أي: $4 س^2 = 36$

∴ $س^2 = \frac{36}{4} = 9$

∴ $س = \pm \sqrt{9} = \pm 3$

مثال 9 :

إذا كان المتغيران س، ص تربطهما المعادلة التالية: $ص \sqrt{س}$ = ثابت

انقل الجدول التالي ثم اكمله .

س	4	16	
ص	4		16

الحل : $ص \sqrt{س} = ك$ حيث ك مقدار ثابت.

ص = 4 عندما س = 4

∴ $ك = 4\sqrt{4} = 4 \times 2 = 8$

∴ المعادلة هي: $ص \sqrt{س} = 8$

عندما س = 16

$8 = ص\sqrt{16}$

$8 = 4 ص$

∴ $ص = 2$

عندما ص = 16

$8 = 16\sqrt{س}$

$\frac{8}{16} = \frac{1}{2} = \sqrt{س}$

∴ $س = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

الجدول الكامل هو :

س	4	16	$\frac{1}{4}$
ص	4	2	16

ملحوظة Note

- نجد المقدار الثابت أولا .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا