دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع الثامن عشر

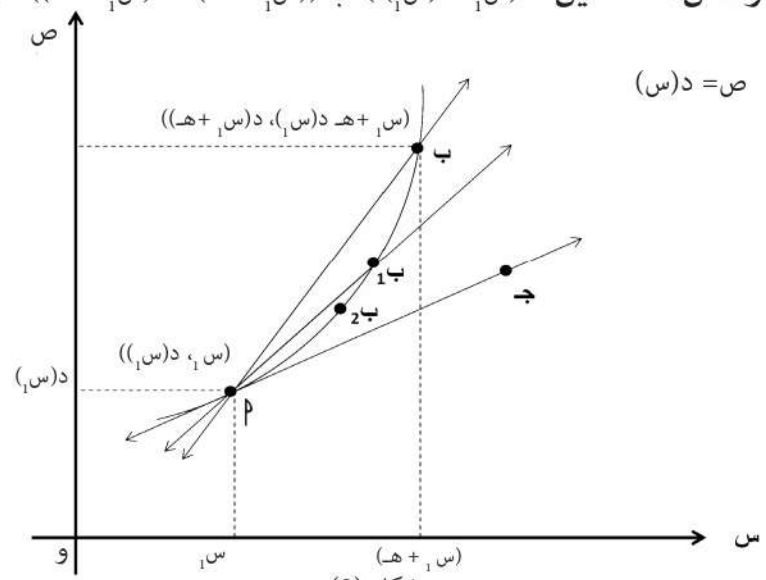
المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

6 - 2 مشتقة الدالة Function Der ived

6 - 2 - 1 ميل المماس للمنحنى : Thetangantf of the curve

بفرض أن د دالة معطاة حيث ص = د(س)، شكل (2) يمثل جزء من منحنى هذه الدالة ، ولتكن النقطتين ٲ (س$_1$ ، د(س$_1$))، ب ((س$_1$ + هـ) ، د (س$_1$ + هـ)) على منحنى الدالة



شكل (2)

إذا ثبتنا النقطة أ وتحركت النقطة ب على المنحنى بحيث تقترب شيئا فشيئا من النقطة أ وتأخذ الأوضاع ب1 ،ب 2، ...... وهكذا فإنه في النهاية يؤول المستقيم القاطع $\overleftrightarrow{أب}$ إلى الوضع النهائي $\overleftrightarrow{أجـ}$ وذلك عندما ب ⟵ أ أي هـ ⟵ 0 ويصبح $\overleftrightarrow{أجـ}$ مماساً لمنحنى الدالة عند النقطة (س$_1$ ، د(س$_1$)) ومن ذلك نستنتج أن :

ميل المماس لمنحنى الدالة د عند النقطة س1 هو :

$$\lim_{هـ \to 0} \frac{د(س_1 + هـ) - د(س_1)}{هـ}$$

وإذا استبدلت هـ بـ Δ س فيكون ميل المماس لمنحنى الدالة د عند النقطة د :

$$\lim_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س} \quad \lim_{\Delta س \to 0} \frac{د(س_1 + \Delta س) - د(س_1)}{\Delta س}$$

6 - 2 - 2 مشتقة الدالة عند نقطة

The function is derived at a point

إذا كان ص = د(س) حيث د دالة معَرفة عند س$_1$ كذلك في جوارها ، و

$\lim_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$ موجودة فإنها تسمى المشتقة الأولى للدالة عند س$_1$ و

نرمز لها بالرمز دَ(س) أو $\left.\frac{ءص}{ءس}\right|_{س_1}$

أي أن :

$$\frac{ءص}{ءس} = \lim_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$$

مشتقة الدالة للدالة ص= د(س) عند أي نقطة س يرمز لها بالرمز دَ(س) كما يرمزلها برموز آخرى :

$$\frac{ءص}{ءس} ، \frac{ء}{ءس}(ص) ، صَ$$

❖ الرمز $\frac{ءص}{ءس}$ يمثل رمزاً مفرداً ولا يجب النظر إليه وتفسيره على أنه النسبة بين مقدارين ءص ، ءس

$\frac{ءص}{ءس}$ تعني مشتقة ص بالنسبة للمتغير س إذا كانت ص دالة في المتغير س (س متغير مستقل ، ص متغير تابع)

وكذلك يمكن التعبير :

* $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ تعني معدل تغير ص بالنسبة للمتغير س ، تعني المعامل التفاضل الأول

وإذا تحقق وجود مشتقة دالة د عند نقطة معينة ،فإننا نقول أن د قابلة للإشتقاق عند هذه النقطة .

مثال : 2

أوجد مشتقة د(س) = س^2 عند س = 2

الحل :

نتوجه مباشرة إلى الخطوة التالية :

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{د(س) - د(2)}}{\text{س} - 2}$$

$$= \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س} - 2}$$

$$\text{دَ(س)} = \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س} - 2}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{\text{س}^2 - 2^2}{\text{س} - 2}$$ (باستخدام القاعدة في النهايات)

$$= 2(2)^{2-1}$$

$$= 4$$

حل آخر :

$$\text{دَ(س)} = \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} \frac{(\text{س} - 2)(\text{س} + 2)}{\text{س} - 2}$$

$$= \text{نهـا}_{\text{س} \to 2} (\text{س} + 2)$$

$$= 2 + 2$$

$$= 4$$

مثال 3:

باستخدام تعريف المشتقة أوجد $\frac{ءص}{ءس}$ عندما س = 4

إذا كانت ص = س + $\sqrt{س}$

$$\left.\frac{ءص}{ءس}\right|_{س = 4} = \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{د(س) - د(4)}{س - 4}$$

$$دَ(4) = \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{س + \sqrt{س} - 6}{س - 4}$$

$$= \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{س + \sqrt{س} - 6}{س - 4}$$

$$= \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{(س - 4) + (\sqrt{س} - 2)}{س - 4}$$

$$= \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{(س - 4)}{س - 4} + \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{\sqrt{س} - 2}{س - 4}$$

$$= 1 + \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{\sqrt{س} - 2}{س - 4} \cdot \frac{\sqrt{س} + 2}{\sqrt{س} + 2}$$

$$= 1 + \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{(س - 4)}{(س - 4)(\sqrt{س} + 2)}$$

$$= 1 + \underset{س \leftarrow 4}{\text{نهـــا}} \frac{1}{\sqrt{س} + 2}$$

$$= 1 + \frac{1}{\sqrt{4} + 2}$$

$$= 1 + \frac{1}{2 + 2}$$

$$= 1 + \frac{1}{4}$$

$$\therefore دَ(4) = \frac{5}{4}$$

طريقة أخرى في الحل .

افرض أن ع = $\sqrt{س}$ **ومنه** ع^2 = س

فعندما س = 4 فإن ع = 2

$$د'(4) = \lim_{ع \to 2} \frac{(ع + 3)(ع - 2)}{(ع - 2)(ع + 2)}$$

$$= \lim_{ع \to 2} \frac{2 + 3}{2 + 2}$$

$$\therefore د'(4) = \frac{5}{4}$$