دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثالثة من مرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع العشرون

المدرسة الليبية بفرنسا - تور

4-7 تكامل الصورة $\int$ (أ س + ب)$^{-1}$ ءس

سابقًا علمنا أن: $\frac{ء}{ءس}$(لو س) = $\frac{1}{س}$

بأخذ التكامل كعملية عكسية للتفاضل

$\int \frac{1}{س}$ ءس = لو س + ث،   حيث ث ثابت

بالمثل، ∵ $\frac{ء}{ءس}$لو (أ س + ب) = $\frac{أ}{(أ س + ب)}$

علمنا من التكامل بالنسبة إلى س

$\int \frac{أ}{أ س + ب}$ ءس = لو (أ س + ب) + ث

$\int \frac{أ}{أ س + ب}$ ءس = $\frac{1}{أ}$ لو (أ س + ب) + ث

أو

$\int$ (أ س + ب)$^{-1}$ ءس = $\frac{1}{أ}$ لو (أ س + ب) + ث

فيما يلي الأمثلة التي توضح كيف نحسب مثل هذه التكاملات.

مثال 3:

احسب الآتي:

(أ) $\int \frac{2}{س}$ ءس   (ب) $\int$ (2 - $\frac{1}{س}$) ءس

الحل :

$\int \frac{2}{س}$ ءس = 2 $\int \frac{1}{س}$ ءس

= 2 لو س + ث

(ب) $\int$ (2 - $\frac{1}{س}$) ءس = $\int$ 2 ءس - $\int \frac{1}{س}$ ءس

= 2 س - لو س + ث

مثال 8:

أوجد ص في الآتي:

(أ) $\frac{ءص}{ءس} = \frac{1}{3س + 1}$ (ب) $\frac{ءص}{ءس} = \frac{2}{3 - 2س}$

الحل:

(أ) $\frac{ءص}{ءس} = \frac{1}{3س + 1}$

بتكامل الطرفين بالنسبة إلى س:

$$ص = \int \frac{1}{3س + 1} ءس$$

$$= \frac{1}{3} لو(3س + 1) + ث$$

(ب) $\frac{ءص}{ءس} = \frac{2}{3 - 2س}$

بإجراء التكامل بالنسبة إلى س:

$$ص = \int \frac{2}{3 - 2س} ءس$$

$$= 2 \int \frac{1}{3 - 2س} ءس$$

$$= 2 (-\frac{1}{2}) لو(3 - 2س) + ث$$

$$= - لو(3 - 2س) + ث$$

مثال 9:

إذا كان $دَ(س) = 2س + \frac{1}{1 - س}$ فأوجد د (س)

الحل:

$\because دَ(س) = 2س + \frac{1}{1 - س}$

بالتكامل بالنسبة إلى س:

$\because د(س) = س^2 + \int \frac{1}{1 - س} ءس$

$$= س^2 - لو(1 - س) + ث$$

مثال 10:

احسب

(أ) $\int_{1}^{2} \frac{1}{3س}$ ءس　　　　(ب) $\int_{0}^{3} \frac{ءس}{1 + 3س}$

الحل :

(أ) $\int_{1}^{2} \frac{1}{3س}$ ءس $= \frac{1}{3} \int_{1}^{2} \frac{1}{س}$ ءس

$= \frac{1}{3}$ [لو س]$_{1}^{2}$

$= \frac{1}{3}$ (لو 2 - لو 1)

$= \frac{1}{3}$ لو 2

(ب) $\int_{0}^{3} \frac{ءس}{1 + 3س} =$ [$\frac{1}{3}$ لو (1 + 3 س)]$_{0}^{3}$

$= \frac{1}{3}$ (لو 10 - لو 1)

$= \frac{1}{3}$ لو 10