دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف التاسع من مرحلة التعليم الأساسي

الاسبوع الثاني والعشرون

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

6

المضلعات
Polygons

فن "الفنجشوي" أو فن التنبؤ بالأشكال فن صيني معروف منذ أكثر من 3000 سنة، وهو يبرز أهمية الأشكال في تخطيط المباني. فيفصل الشكل المثمن الأضلاع فقط للمباني الضخمة أو المهمة مثل المعبد السماوي في مدينة بكين. وتفضل في هذا الفن الغرف المربعة أو المستطيلة عن الغرف الخماسية أو الرباعية شبه المنحرفة. وينتشر في الحدائق الصينية الفسطاط المسدس والمثمن الأضلاع.

فسطاط مثمن

لقد شيدت المباني في الصورة إلى اليمين وفقًا لأفكار فن "الفنجشوي" فهل تستطيع ملاحظة الأشكال متعددة الأضلاع في الصورة؟ تشبه العمارات شكل اليد اليسرى للإنسان حيث مبنى المعارض والمؤتمرات هو المعصم، والأبراج الخمسة تمثل الأصابع. والنافورة في مهد الكف. هل يمكنك ذكر بعض أسماء المباني الموجودة في طرابلس والتي لها أشكال متعددة الأضلاع؟

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على:

- تسمية أنواع المضلعات.
- حساب مجموع الزوايا الداخلة للمضلع.
- حساب الزوايا الخارجة للمضلع المنتظم.

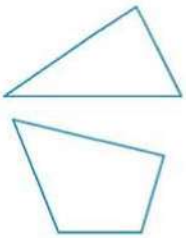
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1-6 أنواع المضلعات Types of Polygon

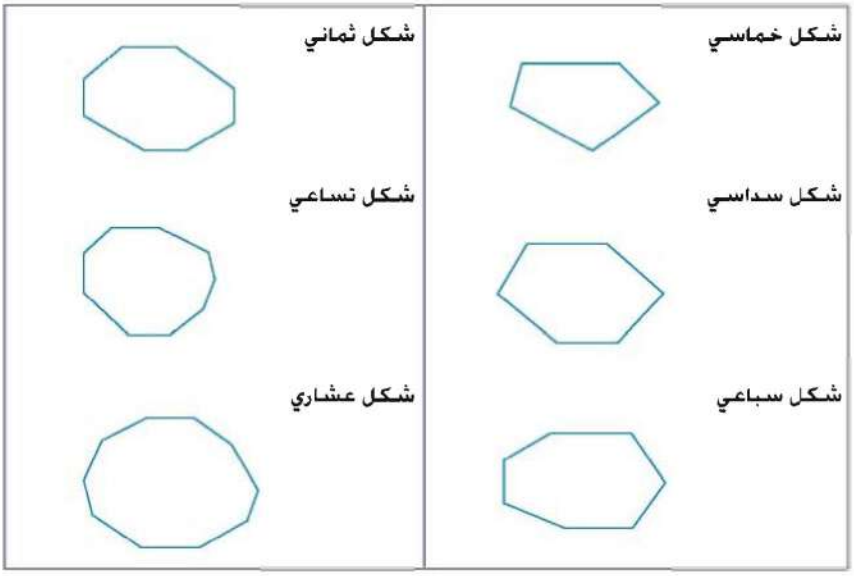
المضلع شكل هندسي مغلق مستوى يتكون من ثلاثة أو أكثر من القطع أو الجوانب. **وللمضلعات** أسماء مختلفة وفقًا لعدد أركانها (أو جوانبها).

مستوى ذو ثلاثة أركان (أو ثلاث زوايا) يسمى **مثلثًا**.

مستوى ذو أربعة أركان (أو أربعة جوانب) يسمى شكلًا **رباعي الأضلاع**.



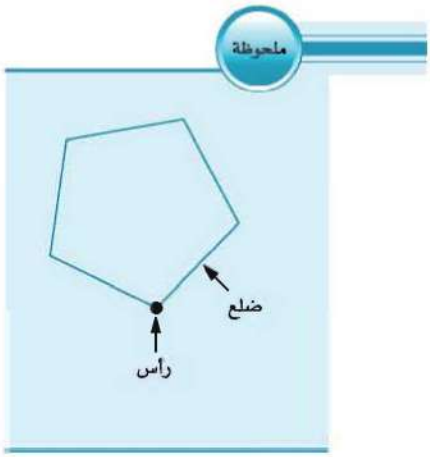
تسمى المضلعات الباقية طبقًا لعدد أركانها (أو أضلاعها) كما يلي:

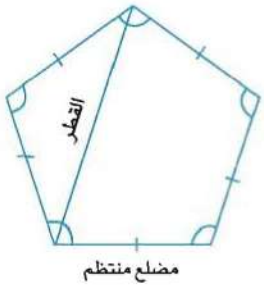


المضلع الذي تتساوى جميع أضلاعه في الطول وجميع قياسات زواياه يسمى **المضلع المنتظم**.

جميع المضلعات الأخرى تعتبر **غير منتظمة**.

القطر هو القطعة المستقيمة داخل المضلع والتي تصل بين رأسين غير متتاليين.





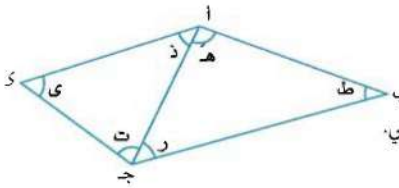
مضلع منتظم

2-6 مجموع قياسات زوايا المضلع Sum of the Angles of a Polygon

نعلم أن مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي 180°. تذكر [من دراستك السابقة] أن الشكل الرباعي يمكن أن ينقسم إلى مثلثين. اعتبر المضلع أ ب حـ ء في الصفحة التالية.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

إذا تم رسم القطر ا حـ فإن الشكل الرباعي ينقسم إلى مثلثين.



في Δ ا ب حـ $\hat{هـ} + \hat{ط} + \hat{ر} = 180^\circ$

في Δ ا حـ ء $\hat{ذ} + \hat{ت} + \hat{ى} = 180^\circ$

∴ مجموع قياسات زوايا الشكل الرباعي.

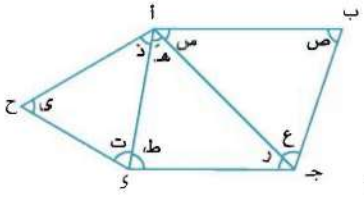
$= \hat{هـ} + \hat{ط} + \hat{ر} + \hat{ذ} + \hat{ت} + \hat{ى}$

$= 180^\circ + 180^\circ$

$= 180^\circ \times 2 = 360^\circ$

لندرس الآن الشكل الخماسي:

قسم القطران ا ء ، ا حـ الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.



في Δ ا ب حـ $\hat{س} + \hat{ص} + \hat{ع} = 180^\circ$

في Δ ا ء حـ $\hat{هـ} + \hat{ط} + \hat{ر} = 180^\circ$

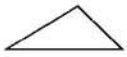
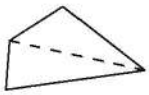
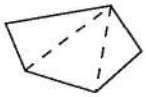
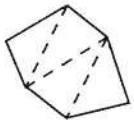
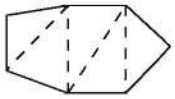
في Δ ا ء ح $\hat{ذ} + \hat{ت} + \hat{ى} = 180^\circ$

مجموع قياسات زوايا الشكل الخماسي:

$\hat{س} + \hat{ص} + \hat{ع} + \hat{هـ} + \hat{ط} + \hat{ر} + \hat{ذ} + \hat{ت} + \hat{ى} =$

$180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 180^\circ \times 3 = 540^\circ$

بالمثل، يمكن إيجاد مجموع قياسات زوايا أي شكل مضلع عن طريق تقسيمه إلى عدد من المثلثات.

عدد الأضلاع	الشكل المضلع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا
3		1	180°
4		2	$360^\circ = 180^\circ \times 2$
5		3	$540^\circ = 180^\circ \times 3$
6		4	$720^\circ = 180^\circ \times 4$
7		5	$900^\circ = 180^\circ \times 5$
ن		ن – 2	$180^\circ \times (ن - 2)$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1- مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع = (ن − 2) × 180° حيث ن = عدد الأضلاع.

2- المضلع الذي جميع أضلاعه متساوية في الطول وجميع قياسات زواياه متساوية يسمى مضلعًا منتظمًا.

جميع المضلعات الأخرى تعتبر مضلعات **غير منتظمة**.

مثال 1:

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الثماني الأضلاع.

الحل

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع = (ن − 2) × 180°

∴ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثمن = (8 − 2) × 180°

= 6 × 180 = 1080°

مثال 2:

أوجد قياس كل زاوية من الزوايا الداخلة للشكل التساعي **المنتظم**.

الحل

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمضلع = (ن − 2) × 180°

∴ مجموع قياسات التسع زوايا الداخلة للتساعي = (9 − 2) × 180°

= 7 × 180°

∴ قيمة كل زاوية من الزوايا الداخلة = $\frac{20}{9_{1}} \frac{180 \times 7}{}$ = 140°

مثال 3:

مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل المضلع هو 1440° كم يكون عدد أضلاع المضلع؟

الحل

افترض أن عدد أضلاع المضلع = ن.

مجموع الزوايا الداخلة للشكل المضلع = 1440°

∴ (ن − 2) × 180° = 1440°

ن − 2 = $\frac{1440^\circ}{180^\circ}$ = 8

∴ ن = 8 + 2 = 10

المضلع له 10 أضلاع

مثال 4:

قياس كل من خمس زوايا داخلة في شكل سداسي (غير منتظم) 110°

احسب قياس الزاوية السادسة.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الحـل

افترض أن قياس الزاوية السادسة = س

مجموع قياسات زوايا الشكل الداخلة = (ن − 2) × 180°

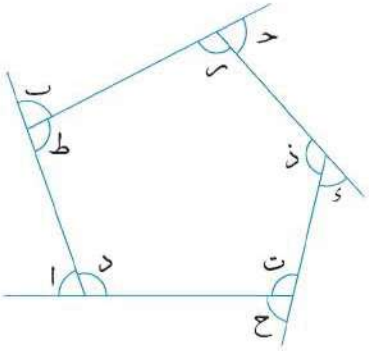
5 × 110° + س = (6 − 2) × 180°

س + 550° = (6 − 2) × 180°

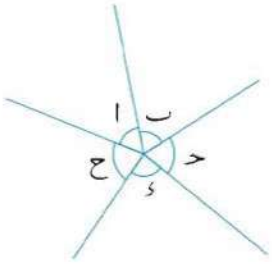
س + 550° = 4 × 180° = 720°

س = 720° − 550° = 170°

3-6 الزوايا الخارجة للمضلع Exterior Angles of a Polygon



في الشكل الخماسي المرسوم على اليسار ∠د، ∠ط، ∠ر، ∠ذ، ∠ت، **زوايا داخلة** بينما ∠ا، ∠ب، ∠حـ، ∠ء، ∠ح هي **الزوايا الخارجة للمضلع**.



إذا قصصنا الزوايا الخارجة ولصقناها بجوار بعضها كما هو موضح في الشكل إلى اليمين فإنها ستكون زاوية مثل زاوية الدائرة الكاملة والتي قياسها 360°.

وعليه فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجة للمضلع تساوي 360°.

كرر هذا الإجراء مع شكل سداسي وآخر سباعي. ما مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأي مضلع؟

مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأي مضلع هو 360°

مثال 5:

أوجد قياس الزاوية الخارجة للشكل العشاري المنتظم.

الحـل

مجموع قياسات الزوايا الخارجة للشكل العشاري المنتظم = 360°

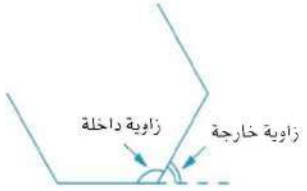
∴ مجموع قياسات 10 زوايا خارجة = 360°

∴ قياس كل زاوية خارجة = $\frac{360^\circ}{10}$ = 36°

مثال 6:

أوجد عدد أضلاع مضلع منتظم إذا كان قياس كل زاوية من زواياه الداخلة تساوي 135°.

الحـل



قياس كل زاوية داخلة = 135°

∴ قياس كل زاوية خارجة = 180° − 135° = 45° (زوايا متجاورة على مستقيم)

مجموع قياسات الزوايا الخارجة = 360°

∴ عدد الأضلاع = $\frac{360^\circ}{45^\circ}$ = 8

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

ملخص

1- المضلع

(أ) الحد الأدنى لعدد أضلاع أي مضلع هو ثلاثة أضلاع.

(ب) مجموع قياسات الزوايا الداخلة لأي مضلع = (ن - 2) × 180° حيث

ن = عدد الأضلاع.

(جـ) مجموع قياسات الزوايا الخارجة لأي مضلع = 360°

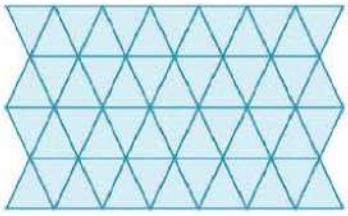
(د) المضلع المنتظم هو الذي تتساوى فيه أطوال أضلاعه وقياسات زواياه.

رياضيات ممتعة

الفسيفساء [التزيين برسم المربعات]

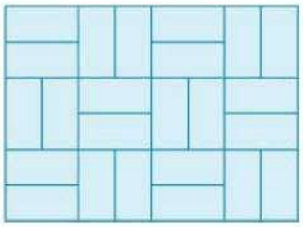
الفسيفساء هو نموذج الترصيع بالبلاط: بمعنى أنه عند تكرار شكل واحد أو مجموعة أشكال يتم ملء مساحة معطاة وفيما يلي بعض الأمثلة.

(أ)



ترصيع بفسيفساء المثلثات المتساوية

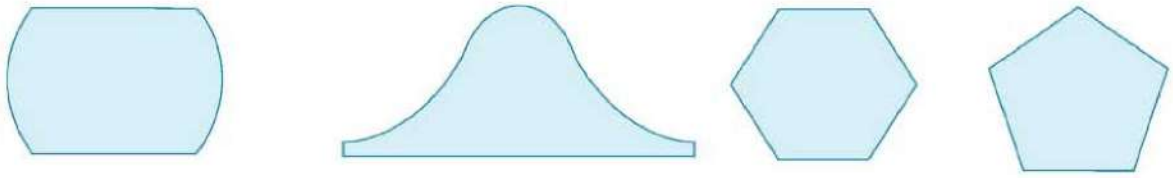
(ب)



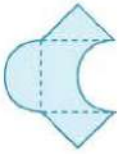
ترصيع بفسيفساء المستطيلات حيث
طول المستطيل = 2 × العرض

1- استشف كلًّا من الأشكال الآتية على قطع من الورق الملون، ثم انسخ عدة نسخ من كل شكل وضع النسخ الخاصة بكل شكل جنبًا إلى جنب لتعرف أي الأشكال يمكن استخدامها في الترصيع بالفسيفساء.

(أ) (ب) (جـ) (د)

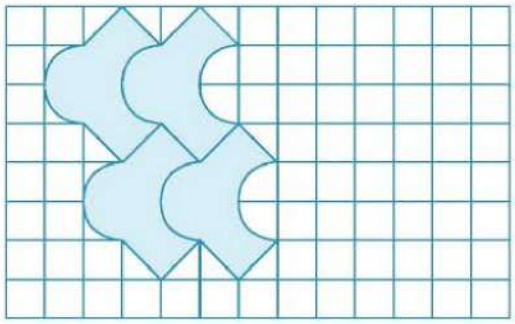


2- طريقة سهلة لرسم بعض أنماط الفسيفساء أو نماذج التبليط هي استخدام ورق المربعات أو ورق الرسم البياني، يمكن البدء بشكل أساسي يمكن استخدامه في الترصيع بالفسيفساء:



ثم اقطع نصف دائرة من أحد الجوانب وحولها إلى الجانب الآخر بحيث تحصل على شكل يمكن استخدامه في الترصيع بالفسيفساء:

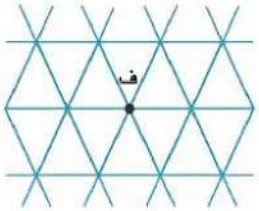
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



انقل النموذج الآتي وأكمل التصميم.

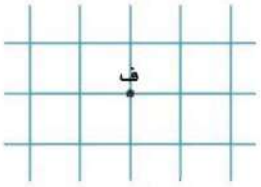
3- أثبت الإغريق أن هناك ثلاثة مضلعات **منتظمة** فقط يمكن استخدامها في الترصيع بالفسيفساء: المثلث المتساوي الأضلاع، والمربع، والمسدس.

استخدام المثلث المتساوي الأضلاع في الترصيع بالفسيفساء.



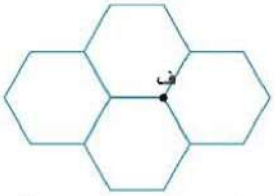
لاحظ أن ستة مثلثات متساوية الأضلاع تنطبق تمامًا حول النقطة (ف) ما هو القياس الذي ينبغي أن تكون عليه كل زاوية من الزوايا حول النقطة (ف)؟

استخدام المربعات في الترصيع بالفسيفساء



كم عدد المربعات التي تنطبق تمامًا حول النقطة (ف)؟ ماذا يجب أن يكون قياس كل زاوية حول النقطة (ف)؟

استخدام المسدس المنتظم في الترصيع بالفسيساء



كم عدد المسدسات المنتظمة التي تنطبق تمامًا حول النقطة (ف)؟ وماذا يجب أن يكون عليه قياس كل زاوية حول النقطة (ف)؟

ماذا يمكن استنتاجه مما سبق؟

إذا تم استخدام مضلع منتظم في الترصيع بالفسيفساء، فإن عددًا تامًّا من الزوايا يجب أن ينطبق تمامًا حول الرأس (ف). لذا فإن قياس كل من الزوايا الداخلة يجب أن يكون عامل من 360°، وبما أن المثلث المتساوي الأضلاع له أقل عدد من الأضلاع فإن الزوايا يجب أن تكون 60° أو أكبر مثل 72°، 90°، 120°.

(أ) أي المضلعات المنتظمة لها زوايا داخلة تساوي 72°، 90°، 120°؟

(ب) أي المضلعات الثلاثة المنتظمة في (أ) لا يمكن استخدامها في الترصيع بالفسيفساء؟

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا