دولة ليبيا

وزارة التعليم

مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للصف التاسع من مرحلة التعليم الأساسي

الاسبوع الثالث والعشرون

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

9

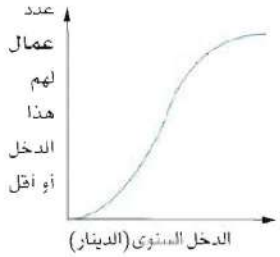
المتوسطات الإحصائية

Statistical Averages

تعلمنا في الفصل 6 من كتاب الصف الثامن، كيفية تنظيم البيانات عن طريق الرسم البياني بالصور، وبالأعمدة، وبالقطاعات الدائرية، وبالتوزيعات التكرارية، وبالمدرج التكراري. إن كل هذه الطرق تعطينا فقط صورة كلية عن البيانات، ولكنها لا تكفينا لاتخاذ قرارات محددة.

على سبيل المثال: من البيانات الإحصائية قد نحتاج إلى الإجابة عن أسئلة مثل:

المستهلكون هل ادعاء مصنع الأغذية المحفوظة أن للمعلبات وزن صافي (250 جرام) حقيقي؟



المستخدم ما دخل 50% من **العمال** في مصنع؟

بائع التجزئة ما هو مقاس الحذاء الذي على بائع التجزئة أن يطلبه أكثر؟

للإجابة عن مثل هذه الأسئلة نحتاج إلى معرفة المتوسطات الإحصائية الثلاثة: **المتوسط، الوسيط، المنوال**. هذه المتوسطات يمكن تسميتها أيضًا **بمقاييس النزعة المركزية** حيث تمثل مركز (وسط) القيم للبيانات المعطاة، وهي قلما تتساوى لأي مجموعة من البيانات. وأي هذه الأنواع الثلاثة يعتبر نموذجيًّا لمجموعة بيانات يعتمد على نوع العينة أو البيانات والهدف من وراء ذلك.

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادرًا على:

- **إيجاد المتوسط، والوسيط، والمنوال للتوزيع من:**
  - **مجموعة أعداد.**
  - **جداول التكرار.**
  - **المدرج التكراري.**
  - **الرسم البياني بالنقط.**
- **إيجاد المتوسط من التمثيل البياني للأصل والفروع.**

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

1-9 المتوسط Mean

أنتج مصنع مـأكولات معلبـة كتلتها الصافية 250 جراماً، ووجد في اختبار الجـودة أن الكتل تدور حول 248 : 252 جرام. على سبيل المثال (الكتل بالجرام) لعشرة معلبات كانت:

252، 248، 251، 249، 250، 250، 251، 251، 248، 250

في الحقيقة، وجد أن جميع "الكتل" قريبة من 250 جراماً.

المتوسط الحسابي هو القيمة التي يمكن الحصول عليها عن طريق جمع جميع القيم ثم قسمتها على عددها.

$$\therefore \text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$= \frac{252 + 248 + 251 + 249 + 250 + 250 + 251 + 251 + 248 + 250}{10}$$

$$= \frac{2500}{10}$$

$$= 250 \text{ جراماً}$$

ومن هنا على المصنع أن يقول بثقة:

"في المتوسط الكتل الصافية للعلبة هو 250 جراماً".

يُستخدم في أحيان كثيرة المصطلح "معدل" كمترادف مع "المتوسط".

مثال 1:

أوجد متوسط القيم التالية:

(أ) 47، 52، 41، 49، 51.

(ب) 1، 1، 1، 1، 2، 2، 3، 3، 3، 4، 4، 4، 5، 5، 6

الحـل

(أ) المتوسط $= \frac{47 - 52 + 41 + 49 + 51}{5}$

$$= \frac{240}{5} = 48$$

(ب) المتوسط $= \frac{1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 2 + 3 + 3 + 3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6}{15}$

$$= \frac{45}{15} = 3$$

ملحوظة

لاحظ أن $1 + 1 + 1 + 1 = 1 \times 4 = 4$

$5 + 5 = 5 \times 2 = 10$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

طريقة بديلة للمثال أ ب:

إذا عرَّفنا القيم المعطاة باستخدام س وتكرار كل منها باستخدام ف. يمكن أن نعرض البيانات في جدول التكرار بإضافة العمود (ف × س) كما يلي:

القيم (س)	التكرار (ف)	ف س
1	4	4 = 1 × 4
2	2	4 = 2 × 2
3	3	9 = 3 × 3
4	3	12 = 3 × 4
5	2	10 = 2 × 5
6	1	6 = 1 × 6
الكلي	15	45

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$= \frac{\text{مجموع ف س}}{\text{الكلي ف}}$$

$$= \frac{45}{15} = 3$$

مثال 2:

كان عدد الأهداف التي سجلتها بعض الفرق في مباريات دوري كرة القدم أحد أيام الجمعة كما يلي:

عدد الأهداف	0	1	2	3	4	5	6
عدد الفرق	26	27	19	11	3	3	1

الحل

عدد الأهداف (س)	عدد الفرق (ف)	ف س
0	26	0 = 0 × 26
1	27	27 = 1 × 27
2	19	38 = 2 × 19
3	11	33 = 3 × 11
4	3	12 = 4 × 3
5	3	15 = 5 × 3
6	1	6 = 6 × 1
الكلي	90	131

متوسط عدد الأهداف المسجلة = $\frac{131}{90}$ = 1.46 (لأقرب ثلاثة أرقام معنوية).

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 3:

المرتبات السنوية لخمسة أشخاص كانت 5000، 5500، 6000، 6500، 32000 دينار.

(أ) أوجد متوسط المرتبات.

(ب) هل هذا المتوسط يمثل تلك المرتبات؟

الحل

(أ) متوسط المرتب = $\frac{32000 + 6500 + 6000 + 5500 + 5000}{5}$

$= \frac{55000}{5}$

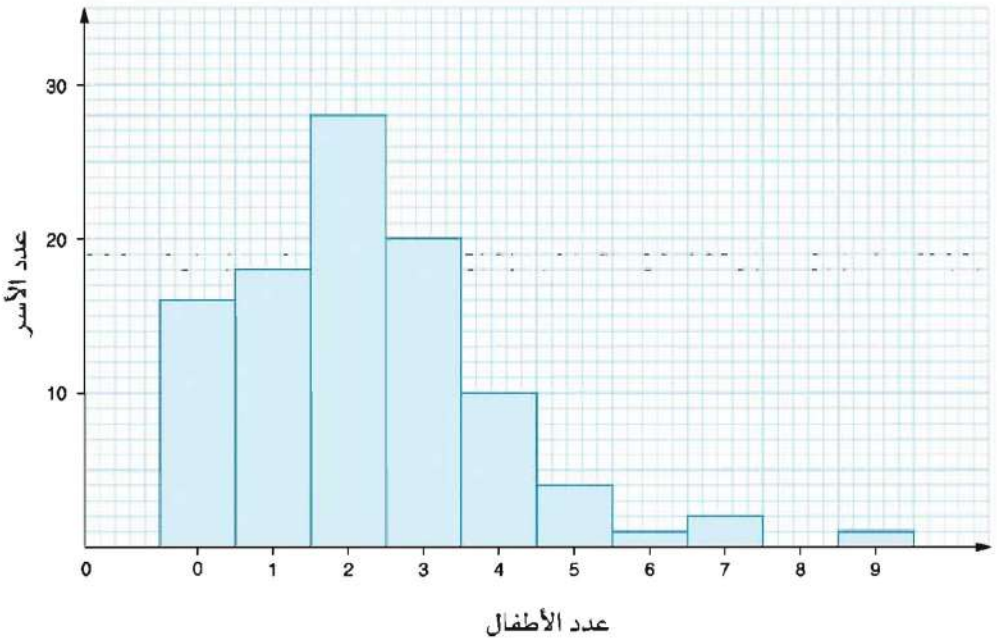
= 11000 دينار.

(ب) المتوسط 11000 دينار هو بالتأكيد لا يمثل مرتباتهم حيث يوجد اختلاف كبير بين المتوسط وكل من القيم. على سبيل المثال 32000 – 11000 = 21000 دينار.

نلاحظ من المثال السابق أنه من عيوب المتوسط تأثره بالقيم المتطرفة أي القيم الكبيرة جدًّا أو الصغيرة جدًّا.

مثال 4:

يبين المدرج التكراري توزيع عدد الأطفال لكل أسرة بين مجموعة من المتزوجين . أوجد متوسط هذا التوزيع.



جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الحـــل

عدد الأطفال (س)	عدد الأسر (ف)	س ف
0	16	0
1	18	18
2	28	56
3	20	60
4	10	40
5	4	20
6	1	6
7	2	14
8	0	0
9	1	9
الكلي	100	223

المتوسط = $\frac{\text{مجموع س ف}}{\text{الكلي ف}}$

$= \frac{223}{100}$

= 2.23 طفل

ملحوظة

إحصائيًا لا يجب أن يكون المتوسط عددًا صحيحًا

مثال 5:

متوسط الكتلة لعدد 10 طلاب هو 55.5 كيلو جرام.

(أ) أوجد الكتلة الكلية للطلاب العشرة.

(ب) أوجد المتوسط الجديد الكتلة إذا انضم إليهم طالب كتلته 62 كيلوجرام.

الحـــل

(أ) الكتلة الكلية = المتوسط × 10

= 55.5 × 10

= 555 كجم

ملحوظة

العدد الكلي للطلاب أصبح الآن 11

(ب) المتوسط الجديد = $\frac{\text{الكتلة الكلية الجديدة}}{11}$

$= \frac{555 + 62}{11}$

$= \frac{617}{11}$

= 56.1 كجم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 6:

متوسط مجموعة مكونة من 8 أعداد يساوي 17.5 فإذا كان 6 من هذه الأعداد هي 12، 14، 15، 19، 24، 25 **فأوجد** متوسط العددين الأخرين.

الحل

مجموع الأعداد الثمانية $= 8 \times 17.5$

$= 140$

مجموع الأعداد الستة $= 12 + 14 + 15 + 19 + 24 + 25$

$= 109$

∴ مجموع العددين الأخرين $= 140 - 109$

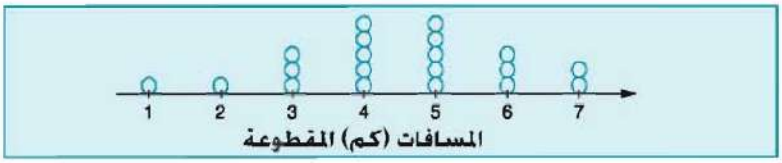
$= 31$

∴ متوسط العددين الأخرين $= \frac{31}{2}$

$= 15.5$

مثال 7:

يوضح التمثيل البياني بالنقط نتيجة دراسة مسحية للمسافات التي يقطعها الطلاب في ذهابهم إلى المدرسة.



(أ) كم عدد الطلاب الذين شملهم المسح؟

(ب) احسب متوسط المسافات التي قطعها الطلاب.

ملحوظة

كل نقطة تمثل البيانات المستقاة من كل طالب

الحل

(أ) عدد الطلاب الذين شملهم المسح = 20

(ب)

المسافة بالكيلومتر س	التكرار ، ف (عدد الطلاب)	ف × س
1	1	1 × 1 = 1
2	1	2
3	3	9
4	5	20
5	5	25
6	3	18
7	2	14
الكلى	20	89

∴ متوسط المسافة المقطوعة $= \frac{89}{20}$

$= 4.45$ كم

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال 8:

عدد الساعات الضائعة في أحد المصانع خلال السنة والتي تعود إلى تعطل الآلات يوضحها الرسم البياني للأصل والفرع التالي.

عدد الساعات الضائعة	
0	2 5 1 2
1	4 0 1 8 4
2	3 6 8
3	1 8
4	0

(أ) كم عدد الأعطال في السنة؟

(ب) ما هو أقل عدد للساعات الضائعة؟

(جـ) ما هو أكثر عدد للساعات الضائعة؟

(د) احسب متوسط عدد الساعات الضائعة.

الحل

(أ) بعدّ الفروع نجد أنها 15 عطلًا.

(ب) أقل عدد ساعات ضائعة = 1 (من 1)

(جـ) أكثر عدد للساعات الضائعة = 40

(د)

عدد الساعات الضائعة	
2 + 1 + 5 + 2	= 10
14 + 10 + 11 + 18 + 14	= 67
23 + 26 + 28	= 77
31 + 38	= 69
40	= 40
الكلى	=263

∴ متوسط عدد الساعات الضائعة = $\frac{263}{15}$

= 17.5 (لأقرب ثلاثة أرقام معنوية)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا