دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

الرياضيات

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
القسم العلمي

الاسبوع السابع

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

4 العلاقات والدوال والأشكال البيانية

1. العلاقة بين مجموعتين
2. العلاقة كمجموعة من الأزواج المرتبة
3. الدالة أو الراسم
4. ثلاث متطابقات مثلثية بسيطة
5. المتغير المستقل والمتغير التابع
6. الدوال الصريحة
7. دالة كثيرة الحدود
8. الدالة الكسرية
9. الدالة الجبرية

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

العلاقات ،والدوال ،و الأشكال البيانية

Relations Function and Graphs

نود الإشارة هنا بأن موضوع الدالة إحدى المتطلبات الأساسية لفروع الرياضيات المختلفة ، الدالة هي حالة خاصة من العلاقة

في نهاية هذا الفصل سوف تكون قادراً على أن :

- تتعرف على أنواع الدوال وتبدى فهماً لها .
- تبحث في إيجاد النطاق والمدي لمجموعة من الدوال .
- تتعرف على أشكال بعض الدوال .
- تبدى فهماً للمتغير المستقل والمتغير التابع .
- تتعرف على الدوال الصريحة (الدوال الجبرية) .

1-4 العلاقة بين مجموعتين

أول عالم أعطي مفهوم رياضي للمجموعة العالم الألماني "كانتور" (1846 - 1918م)

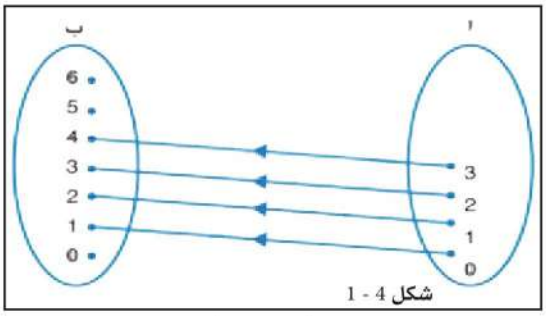
المجموعة ببساطة هي تجمع من الأشياء المعرفة تعريفاً جيداً ، نفرض لدينا مجموعة

أ = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 } المجموعة ب = { 0 ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 }

هيا ندرس العلاقة « أقل بواحد » من أ إلى ب

إحدى الطرق لتوضيح العلاقة هو رسم مخطط سهمي كما موضح في شكل 4 - 1 الأسهم في شكل 4 - 1

تربط عناصر المجموعة أ بعناصر المجموعة ب



شكل 4 - 1

لاحظ أن العلاقة لها معنى أي اتجاه ترسل فيه كما هو موضح بالأسهم في الشكل 4 - 1 العلاقة من المجموعة أ إلى المجموعة ب هي ربط عناصر من أ بعناصر من ب . شكل 4 - 1 يوضح علاقة تناظر احادي

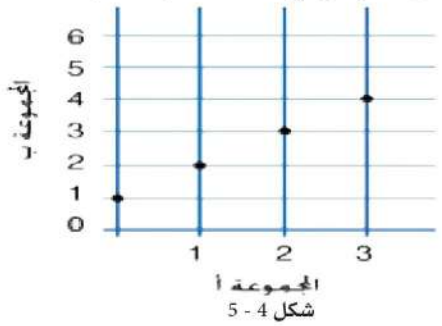
. أنواع أخرى من العلاقات مثل علاقة تناظر عنصر بأكثر أوتناظر أكثر من عنصر وعلاقة أكثر بأكثر .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

2-4 العلاقة كمجموعة من الأزواج المرتبة

في الجزء 4 - 1 كان لدينا المجموعة أ = {0 ، 1 ، 2 ، 3} والمجموعة ب = { 0 ، 1، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ،6} مرتبطتان بالعلاقة « أقل بواحد » من أ إلى ب مثلاً 2 أقل بواحد من 3 يوجد سهم مرسل من 2 إلى 3 . العلاقة يمكن أيضاً أن توضح باختصار بالزوج المرتب (2 ،3) . العنصران في الزوج مرتبان حيث العنصر الأول ينتج من المجموعة أ والعنصر الثاني ينتج من المجموعة الثانية ب .

إذا كان س ∈ أ ، ص ∈ ب . فإن جميع الأزواج المرتبة (س ،ص) هي { (0 ،1) ، (1،2)، (2 ، 3) ، (3 .4)} هذه المجموعة من الأزواج المرتبة تعرف العلاقة « أقل بواحد من »من المجوعة أ إلى المجوعة ب شكل 4 - 3 الشكل الديكارتي للعلاقة . إحداثيات النقط هي عناصر الأزواج المرتبة في العلاقة .



شكل 4 - 5

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

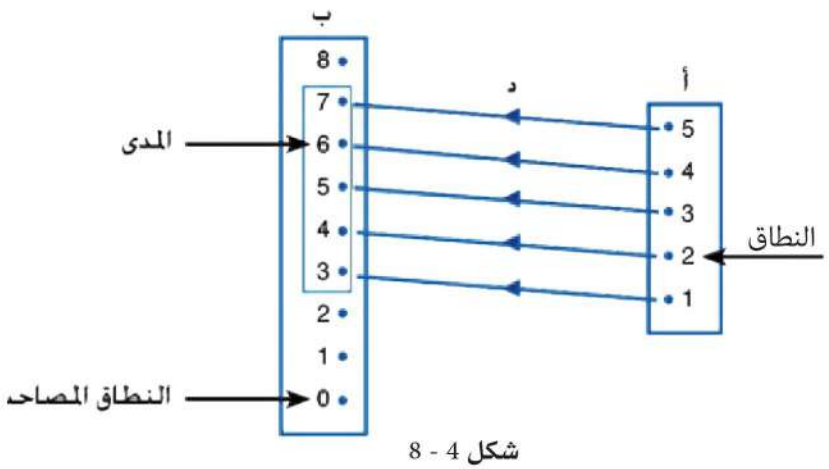
4 - 3 الدالة والراسم

يمكن أن توجد علاقة خاصة بين مجموعتين أ،ب إذا ارتبط كل عنصر من أ بعنصر واحد وواحد فقط من عناصر ب . رغم أن بعضاً من عناصر ب ربما لا يرتبط بأي عنصر من عناصر أ. تعرف هذه العلاقة بالدالة . تعرف أيضاً الدالة بالراسم (التطبيق) . الراسم طريقة رسم أكثر ضرورة لفهم الدالة .

افرض العلاقة « أقل بأثنين من » من المجموعة أ إلى المجموعة ب كما هو موضح في المحطط السهمي في شكل 4 - 8

هذه العلاقة ايضاً دالة أو راسم حيث كل عنصر من المجوعة أ يتصل بعنصر واحد وواحد فقط بعنصر من المجموعة ب رمزياً نكتب د : س ⟵ س + 2 والذ ي يعني أن «الدالة د ترسم من س إلى س + 2» في الرمز الدّالي نكتب د(س) : د(س) = س + 2 تقراء «دالة س» .

مجموعة العناصر في أ **للراسم تعرف** « بالنطاق» بينما تعرف مجموعة العناصر في ب « بالنطاق المصاحب »، المجموعة الحقيقية للصور (مثل د (أ))تسمى « المدى » والمدى هو مجموعة جزئية من النطاق المصاحب بالرجوع إلى شكل 4 - 8 مرة اخرى العنصر 3 في النطاق



شكل 4 - 8

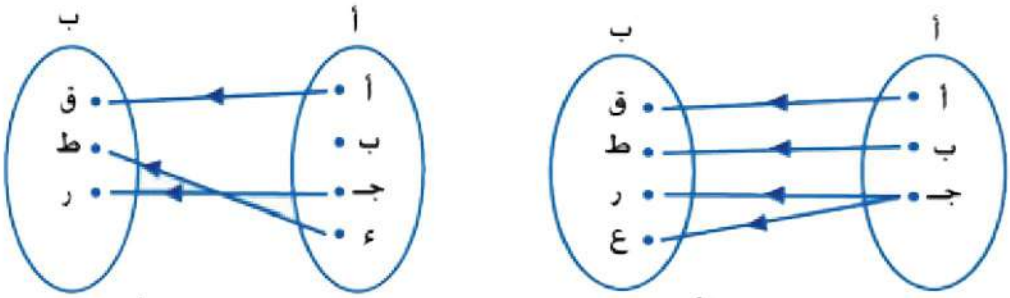
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

رسم إلى العنصر 5 في المدى . يعرف العنصر 5 بانه « صورة » العنصر 3 تحت الراسم د. في الرمز الدالي إذا كان :

د(س) =س + 2 ، س = 3

د(3) = 3 + 2 = 5

من المهم أن تعرف أن الدالة دائماً علاقة . لكن العلاقة يمكن أن تكون أولا تكون دالة . بعبارة أخرى الدالة حالة خاصة من العلاقة . الشكل 4 - 9 يوضح علاقتين ليستا بدالتين .



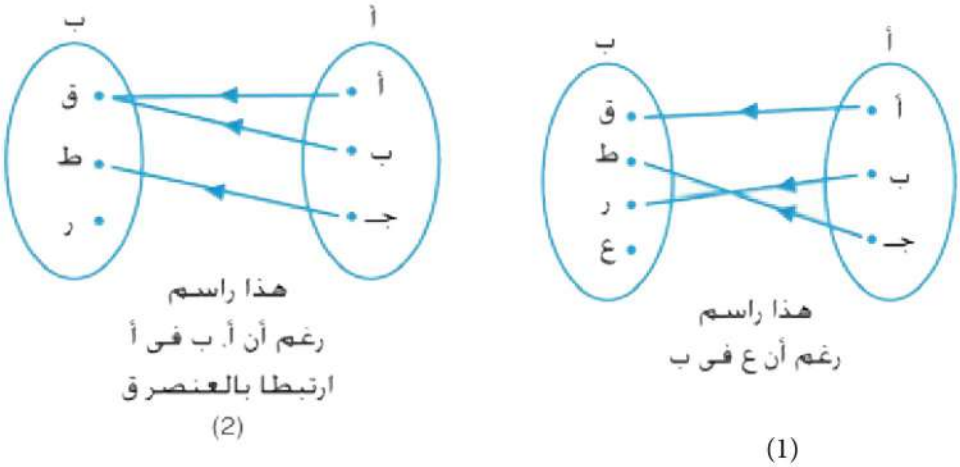
شكل 4 - 9

يوضح شكل 4 - 10 مثالين من الدوال أو الرواسم .

يوضح شكل 4 - 10(1) علاقة « واحد – واحد » بينما 4 - 10 (2) يوضح علاقة من « كثير إلى – واحد » هذه العلاقات دوال .

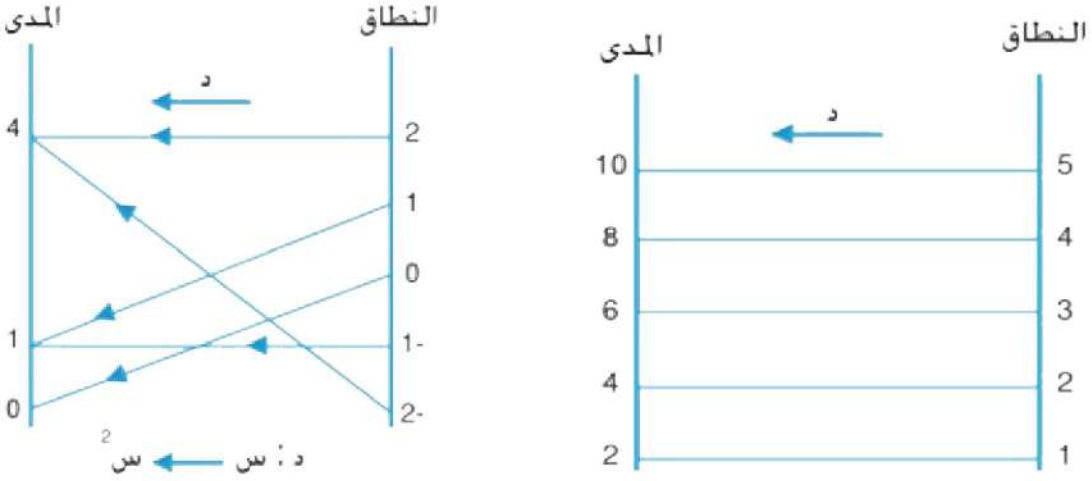
النوعان الأخران من العلاقات يشيران إلى علاقات « واحد – لكثير » « كثير – لكثير »ليستا دالتين

العلاقات بين الأعداد يمكن أيضاً أن توضح بمخطط سهمي له خطان متوازيان كما في شكل 4 - 11



شكل 4 - 10

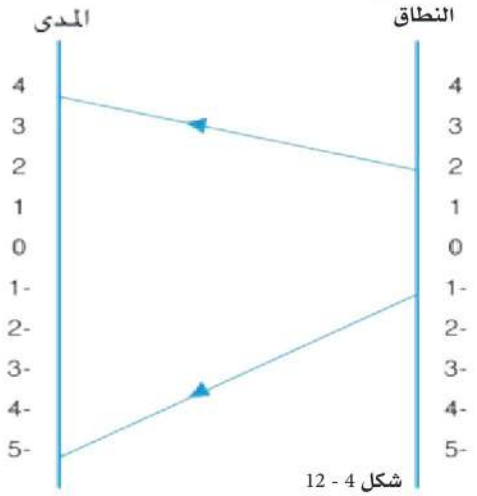
جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



شكل 4 - 11

مثال 1

المخطط السهمي في شكل 4 - 12 يمثل جزئاً من الشكل البياني لمستقيم أو دالة خطية د(س) . عين هذه الدالة . ثم أوجد د (- 2)



شكل 4 - 12

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

افرض أن الدالة الخطية هي د(س) = أس + ب .من المخطط السهمي نجد أنه عندما

س = 2 ، د(س) = 4

4 = 2 أ+ ب .....(1) ⟸

عندما س = - 1 ، د(س) =- 5

- 5 = - أ + ب .....(2)

بطرح (2) من (1) 9 = 3 أ

أ =3 ⟸

من 2 ب =- 2

إذن الدالة د(س) = 3 س - 2

د (- 2) = 3 (- 2) - 2

= - 8 ⟸

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا