دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

مبادئ الإحصاء

للسنة الثانية بمرحلة التعليم الثانوي
«القسم العلمي»

الاسبوع السابع

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي:
1441 / 1442 هـ . 2020 / 2021 م.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

(3-4) الوسيط :

الوسيط هو القيمة الموجودة في منتصف البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ، أي هو القيمة الوسطى التي يكون نصف البيانات أقل منها والنصف الآخر أكبر منها ويرمزله m ، ويحسب الوسيط كما يلي :

1 – في حالة البيانات غير المبوبة :

يحسب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة (الخام) باتّباع الخطوات التالية :

أ ـ نرتب القيم المشاهدة تصاعدياً ، أي نبدأ بأصغر قيمة ثم نرتب ما بعدها الأكبر فالأكبر .

ب ـ نحدد ترتيب الوسيط بين القيم وذلك كما يلي :

ترتيب الوسيط هو $\frac{n+1}{2}$

حيث n عدد القيم المشاهدة . ويجب الانتباه إلى أن [$2 \div (n+1)$]هو ترتيب الوسيط وليس قيمته .

ج ـ نحدد قيمة الوسيط وتكون هي القيمة التي ترتيبها [$2 \div (n+1)$] عندما يكون عدد القيم المشاهدة (n) عدداً فردياً ، أما إذا كانت (n) عدداً زوجياً سيقع الترتيب بين قيمتين ويكون الوسيط هو الوسط الحسابي لهاتين القيمتين .

مثال (4-8) :

أوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية :

16 ، 20 ، 19 ، 18 ، 15 ، 17 ، 13 .

الحل :

القيم مرتبة ترتيباً تصاعدياً :

13 ، 15 ، 16 ، [17] ، 18 ، 19 ، 20

الوسيط ↑

ترتيب الوسيط = $(7+1) \div 2 = 4$ = $(n+1) \div 2$

أي أن قيمة الوسيط هي القيمة الرابعة في البيانات بعد ترتيب البيانات تصاعدياً وبالتالي فإن :

الوسيط = 17

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال (4-9) :

أوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية : 3 ، 8 ، 9 ، 6 ، 5 ، 11

الحل :

نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً :

3 ، 5 ، 6 ، 8 ، 9 ، 11

ترتيب الوسيط = $(n+1) \div 2 = (6+1) \div 2 = 3.5$

• قيمة الوسيط تقع بين القيمتين الثالثة والرابعة ، إذاً الوسيط يساوي الوسط الحسابي لهاتين القيمتين أي :

$$m = \frac{6+8}{2} = 7$$

2- حساب الوسيط للبيانات المبوبة :

لحساب الوسيط في حالة البيانات المعروضة في جداول تكرارية بحيث تكون فئات الجدول مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً، نتبع الخطوات التالية :

1– نحدد ترتيب الوسيط ويساوي في البيانات المبوبة = $\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2}$

2 – نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي تحتوي على الوسيط ويتم تحديدها بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد ، فتكون الفئة الوسيطة هي أول فئة يكون تكرارها المتجمع الصاعد أكبر من أو يساوي ترتيب الوسيط .

3 – نقوم بالتعويض في القانون التالي للحصول على قيمة الوسيط :

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

حيث :

L : الحد الأدنى للفئة الوسيطية ، وفي حالة التوزيعات الخاصة بمتغير منفصل نستخدم الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطية وهو عبارة عن الحد الأدنى للفئة مطروحاً منه نصف وحدة من وحدات القياس المستخدمة فمثلاً :إذا كانت الفئة الوسيطية تبدأ بالقيمة 20 فيكون الحد الأدنى الحقيقي يساوي 19.5، وهكذا...

F : التكرار المتجمع الصاعد للفئة السابقة للفئة الوسيطية .

f_m : تكرار الفئة الوسيطية .

C : طول الفئة الوسيطية .

والقاعدة الرياضية التي يعتمد عليها قانون الوسيط هو افتراض أن القيم التابعة لكل فئة موزعة حول مركزها توزيعاً عادلاً ، وبالتالي سيكون هناك تناسب بين بعد الوسيط عن الحد الأدنى للفئة الوسيطية والذي نرمز له بالرمز (L) وطول الفئة الوسيطية (C) وبين عدد القيم السابقة للوسيط داخل الفئة الوسيطية (ترتيب الوسيط - F) والعدد الكلى للقيم المشاهدة التـــابعة للفئة الوسيطية (f_m) ، أي أن هناك تناسباً بين المسافات والتكرارات .

مثال (4-10) :

احسب الوسيط للبيانات التالية التي تمثل أوزان 210 قطع منتجة بالجرام .

الوزن (بالجرام)	عدد القطع
50 إلى أقل من 54	10
54 إلى أقل من 58	30
58 إلى أقل من 62	90
62 إلى أقل من 66	60
66 إلى أقل من 70	20

الحل :

- نحدد ترتيب الوسيط : $\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} = \frac{210}{2} = 105$

- نحدد الفئة الوسيطية أي نحدد الفئة التي تحتوي على الوسيط وهو القيمة التي ترتيبها 105 ويتم ذلك بالاستعانة بالتكرار المتجمع الصاعد الموضح في جدول (4 – 4) .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

جدول (4-4)

الوزن (الفئة)	عدد القطع (التكرار)	التكرار المتجمع الصاعد
50 إلى أقل من 54	10	10
54 إلى أقل من 58	30	40
58 إلى أقل من 62	90	130 ← الفئة الوسيطية
62 إلى أقل من 66	60	190
66 إلى أقل من 70	20	210

حيث إن الفئة الثانية تكرارها المتجمع يساوي 40، والفئة الثالثة تكرارها المتجمع يساوي 130 ، فيعني ذلك أن التسعين قيمة الموجودة في الفئة الثالثة ترتيباتها تبدأ من الترتيب 41 إلى الترتيب 130 ، وحيث إن ترتيب الوسيط يساوي 105 ، إذن يجب أن يكون ضمن قيم الفئة الثالثة ، وبالتالي فإن الفئة الثالثة هي الفئة الوسيطية.

وبعد تحديد الفئة الوسيطية نطبق قانون الوسيط ، حيث :

$$f_m = 90 \qquad C=4 \qquad L=58 \qquad F=40$$

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_j}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

$$= 58 + \frac{(105 - 40)}{90} \times 4$$

$$= 58 + 2.89 = 60.89 \text{ جرام}$$

ويعني ذلك أن 50% من الوحدات المنتجة أي نصف الوحدات أوزانها أقل من 60.89 جراماً، و50% منها أي النصف الآخر أوزانها أكثر من 60.89 جراماً .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال (4-11) :

احسب الوسيط للبيانات المنفصلة التالية التي تمثل درجات 50 طالباً .

الدرجة	39-30	49-40	59-50	69-60	79-70	89-80
عدد الطلبة	4	6	8	12	11	9

الحل :

• نحدد ترتيب الوسيط حيث :

$$\sum_{i=1}^{k} f_i \div 2 = 50 \div 2 = 25$$

ترتيب الوسيط هو:

أي أن القيمة المشاهدة التي ترتيبها 25 هي عبارة عن قيمة الوسيط ولتحديد هذه القيمة يجب إيجاد التكرار المتجمع الصاعد والموضح في جدول (4 – 5)

جدول (4-5)

الدرجة (الفئة)	عدد الطلبة (التكرار)	التكرار المتجمع الصاعد
39 – 30	4	4
49 – 40	6	10
59 – 50	8	18
69 – 60	12	30
79 – 70	11	41
89 – 80	9	50

الفئة الوسيطية

إذن الفئة الوسيطية هي الفئة 60 – 69، وبتطبيق قانون الوسيط ، حيث : L= 59.5

وذلك؛ لأننا نتعامل مع بيانات منفصلة ، وبالتالي نستعمل الحد الأدنى الحقيقي للفئة .

$f_m = 12$ C=10 F=18

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

$$= 59.5 + \frac{25-18}{12} \times 10$$

$$= 59.5 + 5.83 = 65.33$$

مثال (4-12) :

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لدخول ستين موظفاً :

الـــدخل	عدد الموظفين
150 إلى أقل من 175	8
175 إلى أقل من 200	15
200 إلى أقل من 225	20
225 إلى أقل من 250	12
250 فأكثر	5

فاحسب وسيط هذه الدخول .

الحل :

لاحظ أن هذا الجدول التكراري يحتوي على فئة مفتوحة وهي الفئة الأخيرة ومع ذلك سنحسب الوسيط كالمعتاد ، كما يلي :

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

جدول (4-6)

الدخل (الفئة)	عدد الموظفين (التكرار)	التكرار المتجمع الصاعد
150 إلى أقل من 175	8	8
175 إلى أقل من 200	15	23
200 إلى أقل من 225	20	43
225 إلى أقل من 250	12	55
250 فأكثر	5	60

الفئة الوسيطية

ترتيب الوسيط هو $\sum_{i=1}^{k} f_i \div 2 = 60 \div 2 = 30$

من جدول (4 – 6) نجد أن الفئة الوسيطية هي الفئة (200 إلى أقل من 225) إذن :

$f_m = 20 \qquad C=25 \qquad L=200 \qquad F=23$

$$m = L + \left(\frac{\frac{\sum_{i=1}^{k} f_i}{2} - F}{f_m} \right) \times c$$

$$= 200 + \left(\frac{30-23}{20} \right) \times 25$$

$$= 200 + 8.75$$

$$= 208.75 \text{ دينار}$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

تحديد الوسيط بيانياً :

يحدد الوسيط بيانياً باستخدام المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو المنحنى التكراري المتجمع الهابط ، أو كلاهما وذلك كما يلي :

- نحدد أولاً ترتيب الوسيط $2 \div \sum_{i=1}^{k} f_i$ على المحور الرأسي والذي يمثل التكرارات المتجمعة .
- نرسم من هذه النقطة خطاً أفقياً يوازي محور السينات حتى يلاقي المنحنى المتجمع الصاعد أو الهابط في نقطة .
- من نقطة التلاقي نسقط عموداً يلاقي محور السينات في نقطة تكون هي قيمة الوسيط ، وذلك كما هو موضح في شكل(4 – 2) ، وشكل (4 – 3) .
- كذلك نستطيع إيجاد الوسيط برسم المنحنيين (الصاعد والهابط) معاً في رسم واحد ، فيكون الإحداثي السيني لنقطة تقاطع المنحنيين هو قيمة الوسيط ، وهي القيمة التي كنا نطلق عليها القيمة الوسطى، وذلك عند دراسة المنحنى المتجمع الصاعد والمنحنى المتجمع الهابط .

مثال (4-13) :

حدد قيمة الوسيط بيانياً للتوزيع التكراري الخاص بأوزان 210 وحدة منتجة المذكورة في مثال (4 – 10) .

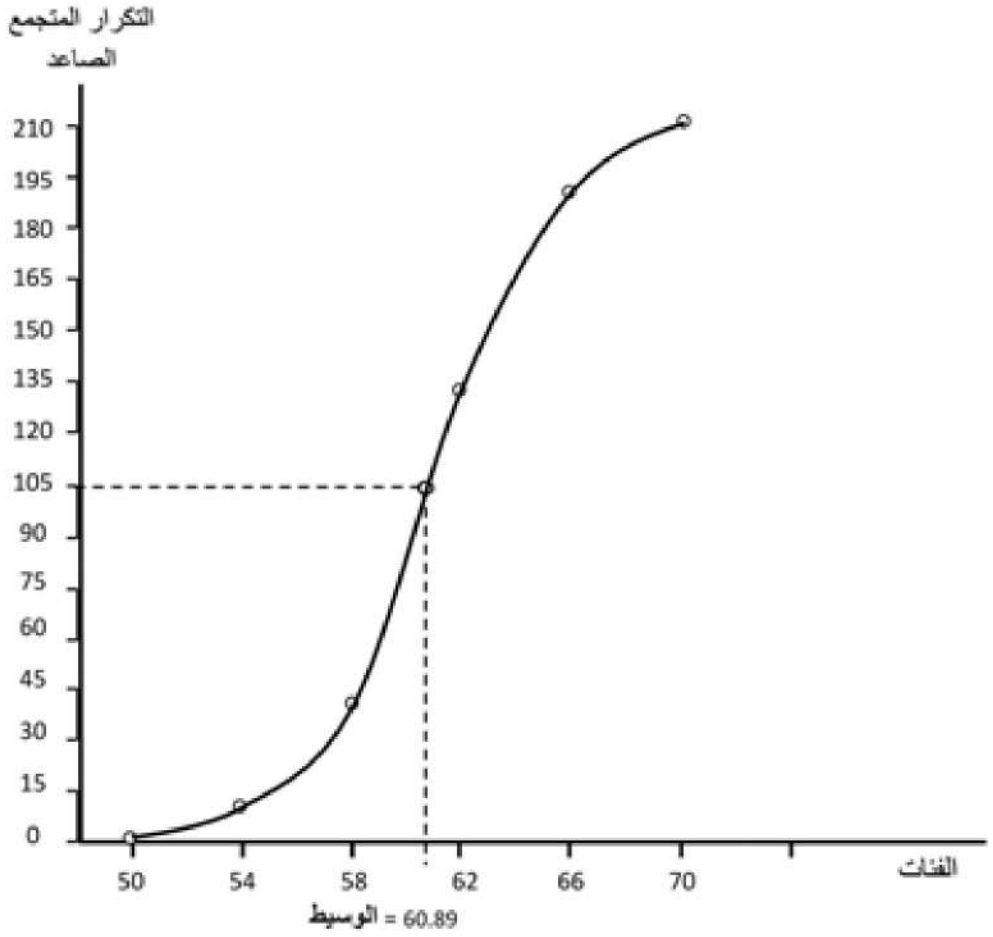
الحلّ :

نكوّن أولاً جدول التكرار المتجمع الصاعد أو جدول التكرار المتجمع الهابط لهذه البيانات والموضحة معاً في جدول (4 – 7) ، وبعد رسم المنحنى المتجمع وتحديد ترتيب الوسيط الذي يساوي 105 على المحور الرأسي ، نرسم من هذه النقطة خطاً أفقياً يوازي محور السينات حتى يلاقى المنحنى المتجمع ومن نقطة التلاقي نسقط عموداً ليلاقي محور السينات فنحصل على قيمة الوسيط ، وذلك كما هو موضح في شكل (4 – 2)، وشكل (4 – 3) .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

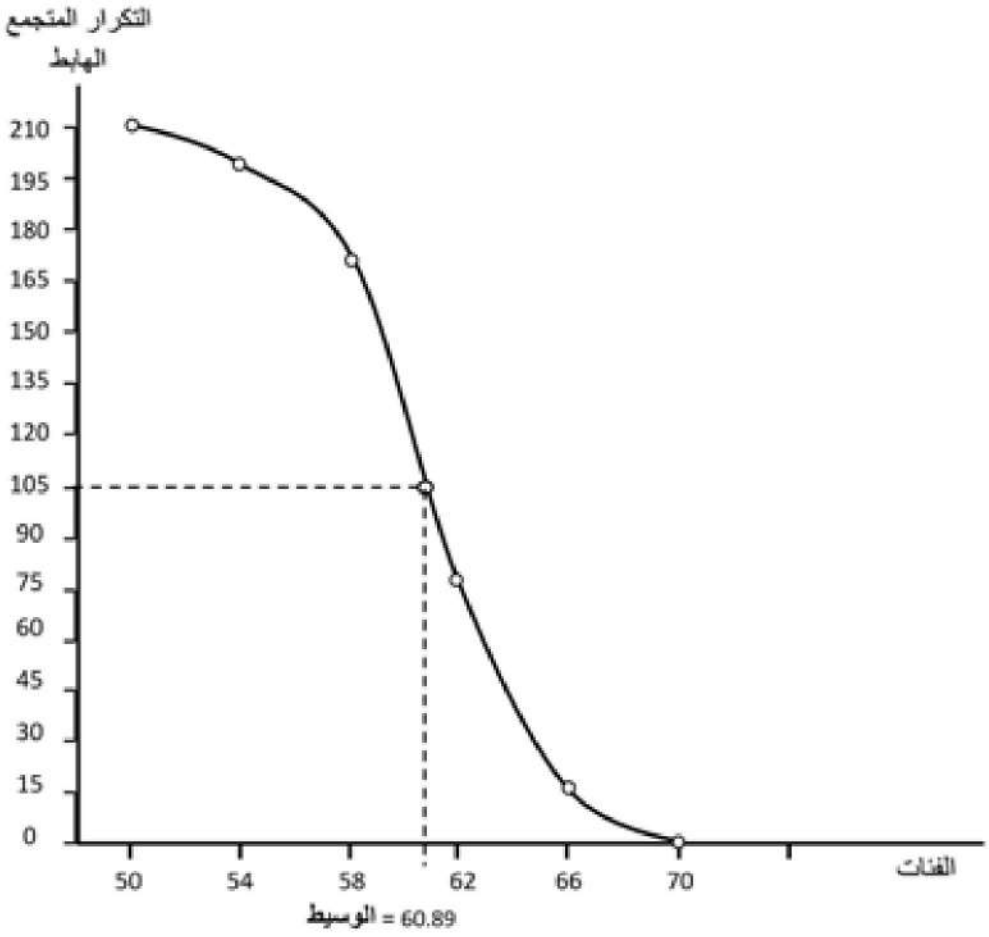
جدول (4 – 7)

الفئة	التكرار المتجمع الصاعد	الفئة	التكرار المتجمع الهابط
أقل من 50	0	50 أو أكثر	210
أقل من 54	10	54 أو أكثر	200
أقل من 58	40	58 أو أكثر	170
أقل من 62	130	62 أو أكثر	80
أقل من 66	190	66 أو أكثر	20
أقل من 70	210	70 أو أكثر	0



شكل (4-2)

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا



شكل (4-3)

ومن شكل (4 – 2)، وشكل (4 – 3)، نجد أن قيمة الوسيط تقريباً 61 جراماً .

خواص الوسيط :

1- سهل التعريف وسهل الحساب .

2- يعتمد على القيمة الوسطى فقط إذا كانت (n) فردية وعلى القيمتين الوسيطيتين إذا كانت (n) زوجية ، ويهمل بقية القيم .

3- لا يتأثر بوجود قيم متطرفة .

فمثلاً: إذا كان لدينا القيم التالية : 2 ، 7 ، 6 ، 4 ، 10 ، 1 ، 9

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

الترتيب التصاعدي لهذه البيانات : 1 ، 2 ، 4 ، 6 ، 7 ، 9 ، 10

ترتيب الوسيط = $(7 + 1) \div 2 = 4$

إذن الوسيط هو القيمة الرابعة بعد الترتيب التصاعدي أي الوسيط = 6 وإذا وضعنا بدلاً من القيمة 10 ، القيمة 84 مثلاً وهي قيمة متطرفة بالنسبة لقيم المجموعة ، فسنجد أن الوسيط لن يتغير وسيظل مساوياً 6 ، وبالتالي فالوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة .

4- يمكن إيجاد الوسيط للبيانات النوعية (الوصفية) بشرط إمكانية ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً ويكون عددها فردياً .

فمثلاً إذا كان لدينا البيانات النوعية التالية والتي تمثل تقديرات 9 طلبة في مادة الإحصاء : مقبول، جيد، ضعيف، ممتاز، جيد جداً، مقبول، مقبول، جيد، مقبول الترتيب التصاعدي للبيانات :

ضعيف،مقبول،مقبول، مقبول،مقبول،جيد،جيد، جيد جداً، ممتاز

ترتيب الوسيط = $(9 + 1) \div 2 = 5$

إذن الوسيط هو التقدير الخامس بعد ترتيب البيانات تصاعدياً ،أي أن الوسيط هو تقدير مقبول.

5- يمكن حسابه من جداول التوزيعات التكرارية المفتوحة وذلك كما هو واضح في مثال (4 – 12) .

6- يمكن إيجاد الوسيط بيانياً .

7- يستعمل الوسيط في الحالات التي تكون فيها بعض البيانات ناقصة بشرط أن نعرف ترتيبها؛ فمثلاً إذا أردنا إيجاد الوسيط للمدة التي يقضيها العامل في إنتاج سلعة معينة نكتفي هنا بتسجيل المدة التي يستغرقها 50% من العاملين؛ لأن المدة التي سيستغرقها النصف الآخر من العاملين الذين لم ينتهوا بعد ستكون أكبر من الوسيط .

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا