

دولة ليبيا
وزارة التعليم
مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية

أسس الإحصـــاء

للسّنة الثّالِثةَ بمرحلة التّعليم الثانوي

(القسم العلمي)

الدرس الثاني

المدرسة الليبية بفرنسا ـ تور

العام الدراسي

1441 / 1442 هـ - 2020 / 2021 م

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

3- الحدث المستحيل:

يسمى الحدث حدثًا مستحيلاً عندما تكون المجموعة الجزئية التي تمثل الحدث خالية من العناصر، أي لا توجد أية نتيجة من نتائج فراغ العينة تحقق الحدث المطلوب، أي أن كل النتائج الممكن أن نحصل عليها من التجربة لا تحقق الحدث المرغوب فيه. وبالتالي فمن المستحيل أن يتحقق هذا الحدث عند إجراء التجربة، ولذلك سمى بالحدث المستحيل. ويرمز للحدث المستحيل بالمجموعة الخالية Ø، وبالطبع هذا لا يخل بتعريف الحدث، فالمجموعة الخالية هي مجموعة جزئية لأية مجموعة .

مثال)1-12(:

إذا ألقينا مكعب نرد، ونرغب في الحصول على العدد **9**، ففراغ العينة لهذه التجربة:

$$S= \{1,2,3,4,5,6\}$$

والحدث هنا هو الحصول على العدد **9**، فإذا رمزنا لهذا الحدث بالرمز **A**، فسنعبر عنه كما يلي:

$$A = \{\ \} = \emptyset$$

ونلاحظ أن المجموعة الجزئية التي تمثل هذا الحدث مجموعة خالية من العناصر. وذلك لأن كل النتائج الممكن الحصول عليها من هذه التجربة لا تحقق هذا الحدث، فمن المستحيل أن نحصل على العدد 9 عند إلقاء مكعب نرد، لأن العدد **9** ليس من الأعداد الموجودة على مكعب النرد، وبالتالي فهذا الحدث هو حدث مستحيل.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

5- الحدث المكمل:

لكل حدث حدثاُ مكملاُ له، فالحدث المكمل للحدث **A** مثلاً، هو الحدث الذي يحتوي على نتائج فراغ العينة التي لا يحتويها الحدث **A** ، وذلك كما هو موضح في شكل **(1-1)** ويرمز لمكمل الحدث **A**، وبالرمز **A`**، ومن تعريف الحدث المكمل نستنتج أن أي حدث مكمل يجب أن يحقق الشرطين التاليين:

أ) اتحاد أي حدث والحدث المكمل له يجب أن يعطي فراغ العينة، أي أن:

$$A \cup A` = S$$

ب) تقاطع أي حدث والحدث المكمل له يجب أن يعطي مجموعة خالية، أي أن:

$$A \cap A` = \phi$$



شكل (1-1)

مثال)1-13(:

إذا القينا مكعب نرد مرة واحدة، وكان الحدث **A** هو الحصول على عدد زوجي، فما هو الحدث المكمل للحدث **A** ؟

الحل:

فراغ العينة لهذه التجربة: **S= {1,2,3,4,5,6}**

الحدث **A**: **A= { 2, 4, 6 }**

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

إذن الحدث المكمل للحدث **A** هو الحدث الذي يحتوي على كل عناصر فراغ العينة غير الموجودة في **A** وهي الأعداد الفردية **1** ، **3** ، **5** ، ونعبر عنه كما يلي :

$$\mathbf{A`=\{\ 1\ ,3\ ,5\ \}}$$

ونلاحظ أن :

$$\mathbf{A\cup A`=\{1\ ,2\ ,3\ ,4\ ,5\ ,6\ \}=S}$$
$$\mathbf{A\cap A`=\{\ \ \}=\emptyset}$$

6- الأحداث المتنافية:

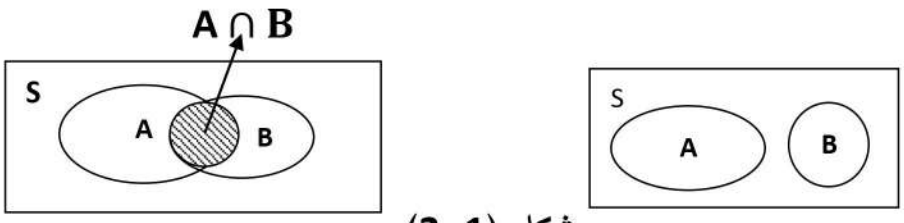
تكون الأحداث متنافية إذا كان ظهور أحدها يمنع الأحداث الأخرى من الظهور، أي لا يمكن أن نحصل عليها كلها في نفس الوقت. فمثلاً إذا كان الحدثان **B A ,** حدثين متنافيين، فيعني ذلك أن ظهور الحدث **A** يمنع الحدث **B** من الظهور، وظهور الحدث **B** يمنع الحدث **A** من الظهور، أي لا نستطيع أن نحصل على الحدثين **B,A** معـًا في نفس الوقت. ونفهم من ذلك أنه لا توجد نتيجة من نتائج التجربة تحقق الحدثين معـًا في نفس الوقت، أي لا توجد عناصر مشتركة بين المجموعة الجزئية التي تمثل الحدث **A** والمجموعة الجزئية التي تمثل الحدث **B**، أي تقاطعهما مجموعة خالية:

$$\mathbf{A\cap B=\emptyset}$$

ويكون الحدثان غير متنافيين، إذا كان من الممكن أن يظهراً معـًا في نفس الوقت، أي توجد نتائج مشتركة بينهما. أي أن تقاطعهما مجموعة غير خالية، وذلك كما هو موضح في شكل **(1-2)**.

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

حدثان متنافيان **حدثان غير متنافيين**



شكل (1-2)

مثال)1-14(:

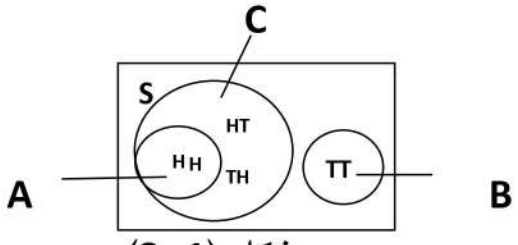
في تجربة إلقاء قطعتي نقود، إذا كان الحدث **A** هو الحصول على وجهين، والحدث **B** هو الحصول على ظهرين، والحدث **C** هو الحصول على وجه أو أكثر . فأي حدثين متنافيين وأيهما غير متنافيين؟

الحل:

فراغ العينة لهذه التجربة: **S = { HH , HT , TH , TT }**

والمجموعات الجزئية التي تمثل الأحداث هي:

A = { HH }
B = { TT }
C = {HH , HT , TH }



شكل (1-3)

بما أنه لا توجد نتيجة تحقق الحدثين **A , B** في نفس الوقت، أي تقاطعهما يعطي مجموعة خالية :

$$A \cap B = \emptyset$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

إذن الحدثان **A , B** حدثان متنافيان .

بما انه توجد نتيجة تحقق الحدثين **A , C** في نفس الوقت، أي تقاطعهما ليس مجموعة خالية :

$$\mathbf{A} \cap \boldsymbol{C} = \{\mathbf{HH}\}$$

إذن الحدثان **A, C** حدثان غير متنافيين .

بما انه لا توجد نتيجة تحقق الحدثين **B , C** في نفس الوقت، أي تقاطعهما مجموعة خالية :

$$\mathbf{B} \cap \mathbf{C} = \emptyset$$

إذن الحدثان **B , C** حدثان متنافيان . وشكل **(1–3)** يوضح ذلك.

7-الأحداث المستقلة:

يكون الحدثان **A , B** حدثين مستقلين إذا كان ظهور أحدهما لا يؤثر ولا يتأثر بظهور أو عدم ظهور الآخر . أي لا توجد أية علاقة بينهما.

فمثلاً عند إلقاء قطعة نقود مرتين، فظهور وجه في الرمية الأولى لا يؤثر ولا يتأثر بظهور وجه في الرمية الثانية، أي لا توجد علاقة بينهما، وبالتالي فحدث ظهور وجه في الرمية الأولى وحدث ظهور وجه في الرمية الثانية هما حدثان مستقلان.

يلزمنا في دراسة الاحتمالات تحديد عدد عناصر فراغ العينة وعدد عناصر المجموعة الجزئية الممثلة للحدث، وفي بعض التجارب يحتوي فراغ العينة وكذلك المجموعة الجزئية الممثلة للحدث على عدد كبير جداً من العناصر، ليس من السهل كتابتها كلها وعدها، لذلك نستخدم بعض طرق العد التي تساعدنا في الحصول على

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

عدد عناصر فراغ العينة وعدد عناصر المجموعة الجزئية للحدث دون كتابتها، ومن أهم هذه الطرق ما يلي:

(1-5) طرق العد:

(1-5-1) قاعدة الضرب:

إذا كانت التجربة تتم في مرحلتين أو عمليتين وكان عدد النتائج التي نحصل عليها في المرحلة أو العملية الأولى تساوي n_1، وعدد النتائج التي نحصل عليها في المرحلة أو العملية الثانية تساوي n_2، فإن عدد النتائج التي نحصل عليها في المرحلتين أو العمليتين معـًا، أي عدد النتائج الكلية لهذه التجربة تساوي n_1n_2.

ويمكن تعميم هذه القاعدة، فإذا كانت التجربة تتم في k من العمليات، وكان عدد النتائج في هذه العمليات $n_1,n_2,n_3,...,n_K$ فإن عدد النتائج الكلية لهذه التجربة يساوي :

$$n_1,n_2.....n_K$$

مثال)1-15(:

عند إلقاء قطعتي نقود، نجد أن فراغ العينة لهذه التجربة:

$$S= \{ HH , HT , TH , TT \}$$

فنلاحظ أن عدد النتائج الكلية يساوي 4، وباستخدام قاعدة الضرب نستطيع تحديد عدد النتائج الكلية لهذه التجربة بدون كتابة فراغ العينة، فنجد أن لعملية إلقاء القطعة النقدية الأولى نتيجتان، أي $n_1=2$، ولعملية إلقاء القطعة النقدية الثانية نتيجتان أي $n_2=2$، إذن العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من إلقاء القطعتين يساوي:

$$n_1\ n_2 = (2)\ (2) = 4$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا

مثال)1-16(:

عند إلقاء مكعبي نرد، ما هو العدد الكلي للنتائج الممكنة؟

الحل:

العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من المكعب الأول ($n_1 = 6$).

العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من المكعب الثاني ($n_2 = 6$).

إذن باستخدام قاعدة الضرب نجد أن العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من تجربة إلقاء مكعبي نرد يساوي:

$$n_1 n_2 = (6)(6) = 36$$

مثال)1-17(:

عند إلقاء مكعب نرد وقطعة نقود معـًا، ما هو العدد الكلي للنتائج الممكنة؟

الحل:

العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من مكعب النرد ($n_1 = 6$).

العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من قطعة النقود ($n_2 = 2$).

إذن باستخدام قاعدة الضرب نجد أن العدد الكلي للنتائج التي نحصل عليها من إلقاء مكعب نرد وقطعة نقود يساوي:

$$n_1 n_2 = (6)(2) = 12$$

جميع الحقوق محفوظة لـ مركز المناهج التعليمية والبحوث التربوية ـ ليبيا