

## מבחן בתורת המשחקים השיתופיים

מסטר אביב 2013

מתרגלת: גב' יעל דויטש

מרצה: פרופ"מ איתי אריאלי

### הנחיות:

1. זמן הבחינה 3 שעות.
2. עליכם לענות על כל ארבעת השאלות.
3. ניתן להסתמך על משפטים שנלמדו בכתה אך יש לצטט אותם במדויק.

### בהצלחה!

1. יהי  $(N, V)$  משחק הכפפות המוגדר באופן הבא.  $N = L \cup R$  כאשר הקבוצות  $L$  ו  $R$  הן זרות ומגודל זהה  $n$ . והפונקציה הקואליציונית  $V$  מוגדרת באופן הבא:

$$\forall S \subseteq N, \quad V(S) = \min\{|S \cap L|, |S \cap R|\}$$

- א. (10 נקודות) הוכיחו כי המשחק  $(N, V)$  הינו משחק שוק.
- ב. (15 נקודות) מצאו קבוצה  $K$  המהווה פתרון וון נוימן עבור המשחק  $(N, V)$ . הוכיחו את תשובתכם.

2. (25 נקודות) נתונות שתי קבוצות  $(M, W)$  שוות גודל של נשים וגברים בהתאמה. יהיו  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  ארבעה שידוכים שונים המקיימים  $\forall m \in M, \quad \mu_1(m) \neq \mu_2(m) \neq \mu_3(m) \neq \mu_4(m)$ . כלומר כל גבר משודך לארבע נשים שונות בכל אחד מארבעת השידוכים. מצאו יחסי העדפות (חזקים) של הגברים והנשים כך שכול ארבעת השידוכים  $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$  הינם יציבים, נמקו את תשובתכם.

3. תהי  $N = \{1, \dots, n\}$  קבוצת שחקנים סופית מגודל  $n$ . יהי  $D$  אוסף כל המשחקים השיתופיים עם קבוצת שחקנים  $N$ .  
א. (10 נקודות) מצאו מושג פתרון  $\psi: D \rightarrow \mathbb{R}$  השונה מערך שפלי המקיים יעילות אדיטיביות וסימטריה.  
ב. (15 נקודות) מצאו את ערך שפלי לכל שחקן במשחק הרוב המשוכלל הבא:

$$.V = [5; 1,1,3,3,4,4]$$

4. (25 נקודות) יהי  $C$  התחום המוגדר באופן הבא:

$$C = \{(x_1, x_2): (2x_1 - 2)^2 + (5x_2 + 10)^2 \leq 2\}$$

מצאו את פתרון נש לבעיית המיקוח  $(C, d)$  עבור

$$d = \left(\frac{5}{4}, \frac{-19}{10}\right)$$

**בהצלחה**