



מתרגל: מר איתי קולר

מרצה: פרופ"מ איתי אריאלי

בחינה בתורת המשחקים השיתופיים (097317)

28/01/2019

מועד א' – סמסטר חורף – תשע"ט

הערות, הבהרות והנחיות:

1. משך הבחינה: 3 שעות.
2. חומר עזר: אסור להשתמש בשום חומר עזר.
3. מבנה הבחינה:
 - א. הבחינה מורכבת מארבע שאלות פתוחות, כל שאלה שווה 25 נקודות. עליכם לענות על כל השאלות.
 - ב. לכל שאלה יכול להיות סעיף אחד או יותר. נדרש לענות על כל הסעיפים לקבלת ניקוד מלא. אין בחירה בין הסעיפים השונים. ייתכן כי חלק מהסעיפים תלויים אחד בשני (אך לא בהכרח).
4. ניתן להסתמך על משפטים שנלמדו בכתה אך יש לצטט אותם במדויק. על התשובות להיות מנומקות היטב.
5. שימו לב כי בחלק מהשאלות נדרש לנמק את התשובה, באמצעות הסבר המבוסס על חומר הקורס. תשובה לא מנומקת תפחית מהניקוד המלא של השאלה.

בהצלחה !

שאלה 1:

נתון מודל החלפת הבתים עם חמישה סוכנים. ביתו של סוכן i הינו h_i והעדפות לכל סוכן נתונות באופן הבא: $\succ_1: (h_5, h_2, h_1, h_3, h_4)$, $\succ_2: (h_5, h_4, h_3, h_1, h_2)$, $\succ_3: (h_4, h_2, h_3, h_5, h_1)$, $\succ_4: (h_2, h_1, h_5, h_3, h_4)$, $\succ_5: (h_2, h_4, h_1, h_5, h_3)$ (כלומר סוכן 1 מעדיף את h_5 על פני h_2 שמועדף על פני h_1 וכו). מצאו את הקצאת הליבה.

שאלה 2:

נתונים שני משחקים שיתופיים עם שלושה שחקנים. מצאו כמה גדול $V(1,2,3)$ צריך להיות בכדי שליבת המשחק (N, V) תהיה לא ריקה. כלומר מצאו מספר x עבורו ליבת המשחק (N, V) אינה ריקה אם ורק אם $V(1,2,3) \geq x$. נמקו תשובתכם! (שימו לב כי צריך לפתור את השאלה בנפרד לשני הסעיפים שמנוקדים באופן שווה).

א. $V(1) = 12, V(2) = 10, V(3) = 20, V(1,2) = 20, V(1,3) = 50, V(2,3) = 70$.

ב. $V(1) = 30, V(2) = 40, V(3) = 50, V(1,2) = 80, V(1,3) = 90, V(2,3) = 70$.

שאלה 3:

נתון $V_m = [\frac{2}{3}; \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m}]$ משחק רוב עם $m+2$ שחקנים. לשני השחקנים הראשונים משקל של $\frac{1}{3}$ ולשאר m השחקנים משקל של $\frac{1}{m}$. קואליציה הינה מנצחת אם ורק אם משקל סך כל חבריה הוא לפחות $\frac{2}{3}$.

א. (8 נקודות) נניח כי $1 < k < \frac{m}{3}$, כמה סדרים ישנם בהם שחקן 1 ממוקם במקום

ה k והוא מהווה שחקן מפתח? (כלומר תרומתו השולית היא אחת)

ב. (8 נקודות) נניח כי $\frac{2m}{3} > k \geq \frac{m}{3}$, כמה סדרים ישנם בהם שחקן 1 ממוקם במקום

ה k והוא מהווה שחקן מפתח?

ג. (9 נקודות) מצאו את הגבול של ערך שפלי של שחקן 1: $\lim_{m \rightarrow \infty} sh_1(V_m)$.

שאלה 4:

יהי C התחום הקמור במישור הנוצר על ידי ארבע הנקודות: $(1,1), (6,1), (4,4), (1,5)$. נגדיר נקודה d_t במישור כתלות בפרמטר באופן הבא: $d_t = t(4,1) + (1-t)(1,4)$.

א. (20 נקודות) מצאו עבור אילו ערכי $t \in [0,1]$ פתרון נאש לבעיית המיקוח (C, d_t) מתקבל בנקודה $(4,4)$.

ב. (5 נקודות) מצאו במדויק את פתרון נש $\mathcal{N}(C, d_t)$ כפונקציה של $t \in [0,1]$.