



מתרגל: מר איתי קולר

מרצה: פרופ"ח איתי אריאלי

## בחינה בתורת המשחקים השיתופיים (097317)

16/02/2020

מועד א' – סמסטר חורף – תש"פ

### הערות, הבהרות והנחיות:

1. משך הבחינה: 3 שעות.
2. חומר עזר: אסור להשתמש בשום חומר עזר.
3. מבנה הבחינה:
  - א. הבחינה מורכבת מארבע שאלות פתוחות, כל שאלה שווה 25 נקודות. עליכם לענות על כל השאלות.
  - ב. לכל שאלה יכול להיות סעיף אחד או יותר. נדרש לענות על כל הסעיפים לקבלת ניקוד מלא. אין בחירה בין הסעיפים השונים. ייתכן כי חלק מהסעיפים תלויים אחד בשני (אך לא בהכרח).
4. ניתן להסתמך על משפטים שנלמדו בכתה אך יש לצטט אותם במדויק. על התשובות להיות מנומקות היטב.
5. שימו לב כי בחלק מהשאלות נדרש לנמק את התשובה, באמצעות הסבר המבוסס על חומר הקורס. תשובה לא מנומקת תפחית מהניקוד המלא של השאלה.

**בהצלחה !**

## שאלה 1:

נתונה בעיית שידוכים עבורה  $\lambda$  ו  $\mu$  שני שידוכים יציבים. יהי  $\lambda \wedge_M \mu$  ההתאמה המתאימה לכל גבר  $m$  את האשה אותה הוא פחות מעדיף מבין  $\lambda(m)$  ו  $\mu(m)$  (אם  $\lambda(m) = \mu(m) = w$  אז  $\lambda \wedge_M \mu(m) = w$ ). הראו כי  $\lambda \wedge_M \mu$  הינו שידוך יציב.

## שאלה 2:

תהי  $d = (\frac{5}{4}, \frac{1}{8})$  נקודת אי הסכמה בתחום:  
 $C = \{(x_1, x_2) : (x_1 - 1)^2 + 4x_2^2 \leq 2\}$   
מצאו את פתרון נש לבעיית המיקוח  $(C, d)$ .

## שאלה 3:

לכל משחק שיתופי  $(N, V)$  נגדיר את ערך בנזף של שחקן  $i \in N$  באופן הבא:

$$\varphi_i(V) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{S: S \subseteq N \setminus i} (V(S \cup i) - V(S))$$

א. אילו מהאקסיומות של ערך שפלי מקיים ערך בנזף? הוכיחו או הביאו דוגמה נגדית.

ב. חשבו את ערך בנזף לכל שחקן במשחק רוב הבא  $[5; 4,4,3,3,1,1]$ .

## שאלה 4:

משחק שיתופי  $(N, V)$  ייקרא קמור אם לכל שחקן  $i$  ושתי קואליציות  $S, T \subseteq N \setminus i$  כך ש  $S \subseteq T$ , מתקיים  $V(S \cup i) - V(S) \leq V(T \cup i) - V(T)$ .

א. הראו כי הווקטור  $(V(1), V(\{1,2\}) - V(1), \dots, V(N) - V(\{1, \dots, n-1\}))$  הינו בליבה של המשחק.

ב. לכל סדר  $R$  נגדיר את הווקטור  $x^R \in \mathbb{R}^n$  באופן הבא:

ג. יהי  $Sh(N, V) \in \mathbb{R}^n$  ערך שפלי של המשחק  $(N, V)$  (כלומר הקואורדינטה ה  $i$

המופיעים לפני שחקן  $i$  בסידור  $R$ . הראו כי נימצא בליבה של  $(N, V)$ .

של  $Sh(N, V)$  הינה ערך שפלי של שחקן  $i$ . בהסתמך על סעיף ב' וקמירות

הליבה הוכיחו כי  $Sh(N, V)$  שייך לליבה של המשחק  $(N, V)$ .