



מתרגל: ד"ר איתי קולר

מרצה: פרופ"ח איתי אריאלי

בחינה בתורת המשחקים השיתופיים (097317)

9/02/2021

מועד א' – סמסטר חורף – תשפ"א

הערות, הבהרות והנחיות:

1. משך הבחינה: 1.5 שעות.
2. חומר עזר: מחשבון.
3. מבנה הבחינה:
 - א. הבחינה מורכבת משלוש שאלות פתוחות, מתוכם יש לבחור שתי שאלות.
 - ב. לכל שאלה יכול להיות סעיף אחד או יותר. נדרש לענות על כל הסעיפים לקבלת ניקוד מלא.
4. ניתן להסתמך על משפטים שנלמדו בכתה אך יש לצטט אותם במדויק. על התשובות להיות מנומקות היטב.
5. שימו לב כי בחלק מהשאלות נדרש לנמק את התשובה, באמצעות הסבר המבוסס על חומר הקורס. תשובה לא מנומקת תפחית מהניקוד המלא של השאלה.

בהצלחה !

שאלה 1:

נתון משחק שיתופי (N, V) עם 10 שחקנים. לשני השחקנים הראשונים יש שתי כפפות שמאליות כל אחד. לשמונת השחקנים האחרונים יש כפפה ימנית אחת כל אחד. ערך קואליציה S היא מספר זוגות הכפפות ימנית ושמאלית שיש לחבריה. לדוגמא: $V(1,3,4,5) = 2$ מאחר ויש 2 זוגות של כפפות בקואליציה $\{1,3,4,5\}$. מצא את ערך שפלי לכל שחקן במשחק הנ"ל.

שאלה 2:

ועדה של 21 חברים נקראת לדרג שלושה פרחים: כלנית, ורד, ורקפת. אם כלנית היא הפרח המועדף ביותר על לפחות 7 חברים היא נבחרת כפרח היפה ביותר. אחרת אם ורד הוא הפרח המועדפת ביותר על לפחות 7 חברים הוא נבחר כפרח היפה ביותר. אחרת רקפת נבחרת לפרח היפה ביותר. הדירוג של שני הפרחים הנותרים נקבע לפי רוב. אילו מבין האקסיומות: פה אחד ואי תלות מקיימת הפונקציה? במקרה שהאקסיומה מתקיימת הוכיחו זאת, ואם היא אינה מתקיימת הראו זאת ע"י דוגמא נגדית.

שאלה 3:

משחק שיתופי (N, V) ייקרא סימטרי אם קיימת פונקציה $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{R}$ כך שלכל $S \subseteq N$ מתקיים $V(S) = f(|S|)$.

א. עבור משחק סימטרי כנ"ל הראו כי אם ליבת המשחק אינה ריקה אם ורק אם

$$f(k) \leq \frac{k}{n} f(n) \text{ לכל } k \in \{1, \dots, n\}.$$

ב. נניח כי $N = \{1, \dots, 10\}$, $f(k) = k^2$ לכל $k \neq 9$ ו $f(9) = c$. מצאו עבור אילו ערכי c המשחק המתקבל הוא משחק שוק.