



מתרגל: מר איתי קולר

מרצה: פרופ"ח איתי אריאלי

בחינה בתורת המשחקים השיתופיים (097317)

6/03/2020

מועד ב' – סמסטר חורף – תש"פ

הערות, הבהרות והנחיות:

1. משך הבחינה: 3 שעות.
2. חומר עזר: אסור להשתמש בשום חומר עזר.
3. מבנה הבחינה:
 - א. הבחינה מורכבת מארבע שאלות פתוחות, כל שאלה שווה 25 נקודות. עליכם לענות על כל השאלות.
 - ב. לכל שאלה יכול להיות סעיף אחד או יותר. נדרש לענות על כל הסעיפים לקבלת ניקוד מלא. אין בחירה בין הסעיפים השונים. ייתכן כי חלק מהסעיפים תלויים אחד בשני (אך לא בהכרח).
4. ניתן להסתמך על משפטים שנלמדו בכתה אך יש לצטט אותם במדויק. על התשובות להיות מנומקות היטב.
5. שימו לב כי בחלק מהשאלות נדרש לנמק את התשובה, באמצעות הסבר המבוסס על חומר הקורס. תשובה לא מנומקת תפחית מהניקוד המלא של השאלה.

בהצלחה !

שאלה 1:

נתונה בעיית שידוכים (M, W) עם יחסי העדפות חזקים ומספר זהה של גברים ונשים (ללא רווקות). נתונים שני שידוכים יציבים μ, λ . תהי M_+ קבוצת הגברים המעדיפים את בת זוגן μ על פני בת זוגן λ , ותהי W_- קבוצת הנשים המעדיפות את בן זוגן λ על פני בן זוגן μ . הוכח כי לכל גבר $m \in M_+$ מתקיים $\mu(m) \in W_-$.

שאלה 2:

נתונות ארבע הנקודות $(1,1), (1,13), (7,7), (9,1)$ במישור. יהי C התחום הקמור המוגדר על ידי ארבע נקודות אילו. מצאו את אוסף נקודות אי ההסכמה $d \in C$ עבורן מתקיים $d \ll (7,7)$ ו $\mathcal{N}(C, d) = (7,7)$. כאשר $\mathcal{N}(C, d)$ הוא פתרון נש לבעיית המיקוח (C, d) .

שאלה 3:

נתון מספר $0 \leq \alpha$. לכל m נגדיר משחק רוב, $m+1$ שחקנים באופן הבא $V_m(\alpha) = [\alpha; \frac{1}{2}, \frac{1}{m}, \dots, \frac{1}{m}]$.

א. עבור $0 \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$ מצאו את הגבול $\lim_{m \rightarrow \infty} Sh_1(V_m(\alpha))$ של ערך שאפלי לשחקן 1 כפונקציה של α .

ב. עבור $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$ מצאו את הגבול $\lim_{m \rightarrow \infty} Sh_1(V_m(\alpha))$ של ערך שאפלי לשחקן 1 כפונקציה של α .

שאלה 4:

משחק שיתופי (N, V) ייקרא סימטרי אם קיימת פונקציה $f: \{1, \dots, n\} \rightarrow \mathbb{R}$ כך שלכל $S \subseteq N$ מתקיים $V(S) = f(|S|)$.

א. עבור משחק סימטרי כנ"ל הראו כי אם ליבת המשחק אינה ריקה אם ורק אם $f(k) \leq \frac{k}{n} f(n)$ לכל $k \in \{1, \dots, n\}$.

ב. נניח כי $N = \{1, \dots, 10\}$, $f(k) = k^2$ לכל $k \neq 9$ ו $f(9) = c$. מצאו עבור אילו ערכי c המשחק המתקבל הוא משחק שוק.