

## תורת המשחקים השיתופיים – תרגיל 7

1. מצאו את המשחק השיתופי הנגזר מהשוק הבא:

$$a^1 = (1,0), a^2 = (0,1), a^3 = (1,1), \quad l = 2 \quad N = \{1,2,3\}$$
$$u^1(x) = x_1 + x_2,$$
$$u^2(x) = 2x_1 + \sqrt{x_2}, \quad u^3(x) = 2\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

2. לכל קבוע  $c$  נגדיר משחק שיתופי עם שלושה שחקנים באופן הבא:

$$v(1) = \frac{1}{2}; v(2) = v(3) = 0; v(1,2) = c; v(1,3) = v(2,3) = 1$$

$$v(1,2,3) = 2$$

לפי משפט שהוזכר בכתה משחק הינו נגזר משוק אמ"ם המשחק הינו מאוזן לחלוטין. כלומר הליבה של כל תת משחק שלו אינה ריקה. מצאו עבור אילו ערכים של  $c$  המשחק נגזר שוק.

3. יהיו  $R$  ו  $L$  שתי קבוצות שחקנים זרות (כלומר אין אף שחקן שנימצא בשתי הקבוצות) שתיהן מגודל  $k$ . נניח כי לכל שחקן ב  $L$  ישנה כפפה שמאלית ולכל שחקן ב  $R$  יש כפפה ימנית. נגדיר משחק שיתופי בו קבוצת השחקנים היא  $L \cup R$  והערך לכל קואליציה  $S \subseteq L \cup R$  נקבע על ידי מספר הזוגות של כפפות (כל זוג מורכב מכפפה שמאלית וימנית) שברשות חברי קואליציה  $S$ .  
א. רשמו במפורש את השווי של כל קואליציה  $S$ .  
ב. הראו שהמשחק הינו מאוזן לחלוטין. רמז: הראו שלכל תת משחק שבו יש רוב (חלש) לבעלי כפפה שמאלית הווקטור שנותן תשלום של 1 לבעלי כפפה ימנית ו 0 לשאר השחקנים נימצא בליבה.

4. משחק  $(N, V)$  יקרא קמור אם לכל שתי קואליציות  $S, T \subseteq N$ :

$$V(S) + V(T) \leq V(S \cap T) + V(S \cup T)$$

הראו בעזרת אינדוקציה על מספר השחקנים  $n$  או בכל דרך אחרת כי משחק קמור הינו מאוזן לחלוטין.