



מתרגל: מר איתי קולר

מרצה: פרופ"מ איתי אריאלי

בחינה בתורת המשחקים השיתופיים (097317)

28/07/2017

מועד א' – סמסטר אביב – תשע"ז

הערות, הבהרות והנחיות:

1. משך הבחינה: 3 שעות.
2. חומר עזר: אסור להשתמש בשום חומר עזר.
3. מבנה הבחינה:
 - א. הבחינה מורכבת מארבע שאלות פתוחות, עליכם לענות על כל השאלות.
 - ב. לכל שאלה יכול להיות סעיף אחד או יותר. נדרש לענות על כל הסעיפים לקבלת ניקוד מלא. אין בחירה בין הסעיפים השונים. ייתכן כי חלק מהסעיפים תלויים אחד בשני (אך לא בהכרח).
4. ניתן להסתמך על משפטים שנלמדו בכתה אך יש לצטט אותם במדויק. על התשובות להיות מנומקות היטב.
5. שימו לב כי בחלק מהשאלות נדרש לנמק את התשובה, באמצעות הסבר המבוסס על חומר הקורס. תשובה לא מנומקת תפחית מהניקוד המלא של השאלה.

בהצלחה !

שאלה 1:

נתונה בעיית השמה $(A, H, h, (<_a)_{a \in A})$. A הינה קבוצת הסוכנים ו H קבוצת הבתים ($h(a)$ הינו הבית של סוכן a ו $<_a$ הינו ייחס העדפות חזק של סוכן a על הבתים). נסתכל על תהליך ההשמה הבא: בוחרים סדר כלשהו על הסוכנים. נותנים לסוכן הראשון בסדר לבחור את הבית המועדף עליו מבין כל הבתים. לאחר מכן נותנים לסוכן השני בסדר לבחור את הבית המועדף עליו ביותר מבין הבתים שלא נבחרו וחוזר חלילה. נסמן את ההשמה המתקבלת ב μ . הוכח או הפרך ע"י דוגמא נגדית את הטענות הבאות:

- א. ההשמה μ הינה השמה יעילה (כלומר לא קיימת השמה ν שטובה יותר חלש לכל הסוכנים ולחלקם היא טובה ממש) לכל סדר על הסוכנים.
- ב. ההשמה μ הינה בליבה לכל סדר על הסוכנים.
- ג. קיים סדר כלשהו עבורו ההשמה μ בליבה.

שאלה 2:

נתונים 20 מטוסים משלושה סוגים שונים. 5 מטוסים קלים 8 מטוסים בינוניים ו 7 מטוסים גדולים. נתון מסלול המראה המורכב משלושה קטעים שונים 1, 2 ו 3. מטוס קל יכול להמריא באמצעות קטע 1 בלבד, מטוס בינוני נדרש לקטעים 1 ו 2 בכדי להמריא, ומטוס גדול נדרש לקטעים 1, 2 ו 3 בכדי להמריא. נניח כי עלות ההחזקה של קטע 1 במסלול ההמראה היא 3000, עלות ההחזקה של קטע 2 היא 2000 ועלות ההחזקה של קטע 3 היא 1400. נגדיר משחק שיתופי (N, V) בו קבוצת השחקנים היא קבוצת המטוסים וערך כל קואליציה נקבע לפי עלות ההחזקה של המסלולים בהם היא משתמשת. לדוגמא ערך הקואליציה המכילה מטוס קל אחד ו שלושה מטוסים בינוניים הוא: $3000 + 2000 = 5000$.

- א. כתבו במפורש את המשחק (N, V) .
- ב. מצאו את ערך שפלי לכל מטוס. שימו לב כי ניתן לכתוב את V באופן הבא:
$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
 כאשר כל פונקציה מתאימה למסלול אחר.

שאלה 3:

נתונות ארבע הנקודות $(1,1), (1,13), (7,7), (9,1)$ במישור. יהי C התחום הקמור המוגדר על ידי ארבע נקודות אילו. מצאו את אוסף נקודות אי ההסכמה $d \in C$ עבורן מתקיים $(7,7) \ll d$ ו $\mathcal{N}(C, d) = (7,7)$. כאשר $\mathcal{N}(C, d)$ הוא פתרון נש לבעיית המיקוח (C, d) .

שאלה 4:

נתונים שני משחקים שיתופיים עם שלושה שחקנים. מצאו כמה גדול $V(1,2,3)$ צריך להיות בכדי שליבת המשחק (N, V) תהיה לא ריקה. כלומר מצאו מספר x

עבורו ליבת המשחק (N, V) אינה ריקה אם ורק אם $V(1,2,3) \geq x$. נמקו תשובתכם! (שימו לב כי צריך לפתור את השאלה בנפרד לשני הסעיפים).

א. $V(1) = 12, V(2) = 10, V(3) = 20, V(1,2) = 20, V(1,3) = 50, V(2,3) = 70$.

ב. $V(1) = 30, V(2) = 40, V(3) = 50, V(1,2) = 80, V(1,3) = 90, V(2,3) = 70$.