

**فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب  
الرقمية (Multiplication Trick Talks) في تنمية مهارة  
الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين**

**إعداد**

**د/ علي بن عبدالله العنزي**

**أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد**

**كلية التربية- جامعة جازان**

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين.

علي بن عبدالله العنزي

قسم المناهج وطرق تدريس الرياضيات، كلية التربية- جامعة جازان، جازان، المملكة العربية السعودية.

البريد الإلكتروني: alenazi@jazanu.edu.sa

ملخص:

هدفت هذه الدراسة إلى الكشف عن فاعلية تدريس وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية Multiplication Trick Talks في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين، وتكونت عينة الدراسة من ٢٧ طالباً معلماً كانوا يدرسون مقرراً للرياضيات يركّز على محتوى مادة الرياضيات في المرحلة الابتدائية وكيفية تدريسه أثناء إجراء الدراسة. وقد استخدم الباحث المنهج المختلط ما بين الكمي والنوعي Mixed Methods Research، حيث تمّ كميّاً استخدام منهج البحث شبه التجريبي القائم على اختبار قبلي وبعدي ذو المجموعة الواحدة وذلك لتحديد "ما إذا" كان تدريس الوحدة فاعلاً في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين أم لا. ونوعياً، تم استخدام الملاحظة النوعية "المقصودة والمباشرة والمحددة" وذلك لمعرفة "لماذا" كان تدريس الوحدة فاعلاً في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين أو "لماذا" لم يكن فاعلاً، حيث تم جمع معلومات نوعية مفصلة عن الإيجابيات والتحديات التي تمت مواجهتها أثناء تدريس الوحدة بهدف تفسير النتائج الكمية على أساس علمي دقيق. وقد أظهرت النتائج فاعلية وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين حيث وُجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الطلاب المعلمين في اختبار الحساب الذهني القبلي والبعدي لصالح البعدي. وتشتمل الدراسة على مناقشة تفصيلية لأسباب فاعلية وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية وكذلك توصيات ومقترحات لتنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين.

الكلمات المفتاحية: وحدة مقترحة، خدع الضرب الرقمية، مهارة الحساب الذهني، الطلاب المعلمين.

## **The Effectiveness of a Proposed Unit Based on Multiplication Trick Talks in Developing Mental Mathematics Skills among Student Teachers.**

**Ali bin Abdullah Al-Anzi**

Department of Curriculum and Instruction (Mathematics), Faculty of Education, Jazan University, Jazan, Kingdom Saudi Arabia.

Email: alenazi@jazanu.edu.sa

### **ABSTRACT:**

The current study aimed to reveal the effectiveness of teaching a proposed unit based on multiplication trick talks in developing mental mathematics skills among student teachers. The study sample consisted of 27 student teachers who were studying a mathematics course focusing on the content of mathematics at the primary stage and how to be taught during conducting the study. The researcher used the mixed method, namely the quantitative and qualitative methods, whereby the quasi-experimental research method based on a pre-test and one-group test was adopted in order to determine "whether" unit teaching is effective in developing mental computation skills among student teachers or not. Qualitatively, the qualitative observation "intended, direct, and specific" was used in order to find out "why" was teaching the unit effective in developing the skill of mental mathematics among students teacher or "why" was not effective. Detailed qualitative information was collected on the positives and challenges encountered while teaching the unit with the aim of interpreting quantitative results on an accurate scientific basis. The results showed the effectiveness of the unit of multiplication tricks in developing the skill of mental mathematics among student teachers, as there were statistically significant difference between the average scores of student teachers in the pre and post mental mathematics test in favor of the post-test. The study developed a detailed discussion of the reasons for the effectiveness of the unit of digital multiplication trick talks as well as recommendations and suggestions for developing the skill of mental mathematics among student teachers.

**Keywords:** proposed unit, multiplication tricks, mental computing skill, student teachers.

## المقدمة:

تُعد الرياضيات من المواد التي تدعم تنمية مهارات التفكير بشكل أساسي، ولذلك مازال المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات الأمريكي (National Council of Teacher of Mathematics- NCTM) يدعم مفهوم تدريس الرياضيات من أجل الحياة Mathematics for Life منذ بداية القرن الحادي والعشرون وحتى الآن والذي يسعى من خلال تطبيقه إلى تنمية مهارات التفكير الرياضي عند الطالب ليصبح متمكناً علمياً، ومؤهلاً للالتحاق بمجالات وظيفية مستقبلية وخاصةً في مجال العلوم والتقنية والهندسة والرياضيات (STEM) وقادراً على استخدام الرياضيات لمعالجة القضايا الشخصية والاجتماعية في الحياة اليومية.

ويُعد الحساب الذهني من مهارات التفكير الأساسية في الرياضيات حيث عُرف عنه غالباً بأنه مرتبط بالقدرة على أداء العمليات الحسابية ذهنياً بشكل صحيح وسريع ولكنه في الحقيقة يشمل أيضاً قدرات متعددة أخرى كاستيعاب المفاهيم وحل المشكلات. وقد حدّد (Olsen, 2015) عدّة فوائد للحساب الذهني منها: (١) يُعطي عادةً إجابة أسرع من الآلة الحاسبة والورقة والقلم إذا تمّ استخدام استراتيجية فعّالة، (٢) يقود إلى الطلاقة الحسابية والثقة بالنفس، (٣) يساعد في تعلّم مستويات أعلى في مادة الرياضيات أو تعلّم أجزاء من مواد أخرى، (٤) يساعد في الحياة العملية حيث لا تكاد تخلو ممارسات الحياة اليومية من الحاجة لإجراء بعض الحسابات الذهنية وخاصةً عند عدم توفر الآلة الحاسبة أو الورقة والقلم.

ونظراً لمساهمته في تحسين حياة الطالب العلمية والعملية، فقد أوصى صانعو السياسة التربوية في مجال تعليم وتعلم الرياضيات وخاصةً في دول متقدمة مثل الولايات المتحدة الأمريكية (NCTM,2000) وأستراليا (Australian Education Counsel-AEC,1991,1994) بإدراج مهارة الحساب الذهني في منهج الرياضيات والعمل على تنميتها بالشكل الأمثل من خلال اختيار محتوى غنيّ وأداء معلم متمكن.

## مشكلة الدراسة:

على الرغم من الجهود المبذولة من قبل مجتمع تعليم وتعلم الرياضيات في مجال الحساب الذهني، إلا أنّ عدداً كبيراً من الدراسات العلمية خلال العقود الماضية أشارت إلى وجود ضعف في مهارة الحساب الذهني لدى طلاب مرحلة التعليم ما قبل الجامعي (كريم وعبدالكاظم، ٢٠١١؛ العجمي، ٢٠١٤) وقد أوصت هذه الدراسات بحلول متنوعة من برامج (غنية، ٢٠١١؛ عفانة، ٢٠١٢)، واستراتيجيات تدريس (القضاة وقاسم، ٢٠١٥) ووسائل

تعليمية (الزيود والشرع، ٢٠١٩؛ موافي وقُدوري، ٢٠١٩) قد تساعد في معالجة هذا الضعف. وأكدت الدراسات على أن فاعلية هذه الحلول لا تعتمد على تدريب المعلم الموجود على رأس العمل فقط وإنما تستلزم تأهيل معلم المستقبل (الطالب المعلم) ليصبح متمكناً من مهارة الحساب الذهني وقادراً على استخدامها ونقل أثرها بالشكل الأمثل لطلابه عند ممارسته لعملية التدريس في المستقبل.

ولكن، ورغم وجود ضعف في مهارة الحساب الذهني لدى الطالب المعلم (Hajra & Kofman, 2017)، إلا أنه يوجد شح في الدراسات العلمية وخاصة العربية التي تناولت كيفية تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطالب المعلم. لهذا، تسعى هذه الدراسة لتقديم إضافة علمية عن طريق تقديم الفرصة للطلاب المعلمين لدراسة وحدة دراسية مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية **Multiplication Trick Talks** وتشتمل هذه الوحدة على محتوى محدد هو خدع الضرب الرقمية **Multiplication Tricks** ويدرس المحتوى باستخدام استراتيجية تدريس محددة هي محادثات الأرقام **Number Talks** حيث أثبتت الدراسات العلمية الأثر الإيجابي لكل من المحتوى واستراتيجية التدريس في مجالات تعليم مختلفة (e.g. Abhishek, 2017 and Lustgarten & Maney, 2019). حيث تُعرف خدعة الضرب الرقمية بأنها عملية تلاعب بالأرقام يتم فيها تجاوز إجراءات الحل التقليدية والحصول على إجابة سريعة لعملية الضرب في مدة لا تتجاوز خمس ثوانٍ، مما يجعل آلية عملها غامضة، وهذا الغموض يحفز على البحث والتخمين والاكتشاف، وتُعرف استراتيجية محادثات الأرقام بأنها مناقشة بين المعلم وطلابه لحل مسألة رياضية ذهنياً بالتركيز على الطرق المختلفة للوصول إلى الإجابة الصحيحة في المقام الأول وليس على الإجابة ذاتها حيث تُتاح الفرصة للطلاب لشرح طريقتهم أمام الجميع لتعم الفائدة. لهذا، ولطبيعة خدع الضرب الرقمية التي تدعو للاكتشاف ولطبيعة محادثات الأرقام التي تدعو للتفكير العميق، تم دمجها في وحدة مقترحة هي وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية سعياً للمساهمة في تنمية مهارة الحساب الذهني للطلاب المعلم.

#### أهداف الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى:

- ١- اكتشاف مدى فاعلية تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين.
- ٢- معرفة الأسباب التي أدت إلى فاعلية أو عدم فاعلية تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين.

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

## أسئلة الدراسة:

**السؤال الأول:** ما فاعلية تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين؟

تم صياغة السؤال الأول في الفرض التالي: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين متوسطي درجات الطلاب المعلمين في اختبار الحساب الذهني القبلي والبعدي.

تم التأكد من صحة الفرض من عدمه عن طريق مقارنة أداء الطلاب المعلمين في اختبار حساب ذهني تم إعداده خصيصاً لهذا الدراسة في توقيتين زمنيين مختلفين: التوقيت الأول قبل دراسة وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية (الاختبار القبلي) والتوقيت الثاني بعد دراسة وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية (الاختبار البعدي). اشتمل اختبار الحساب الذهني الاختبار على مسائل حسابية لا يمكن حلها باستخدام الخدع الرقمية التي تمت دراستها بالوحدة، وإنما فقط مسائل حسابية فقط يمكن حلها عن طريق استراتيجيات وإجراءات ذهنية باستخدام العلاقة ما بين الأرقام وقيمها المكانية، والهدف هو قياس مدى انتقال أثر ما تعلمه الطلاب المعلمون خلال وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية إلى المسائل الأخرى والتي لا يمكن حلها باستخدام الخدع الرقمية وإنما ذهنياً فقط.

**السؤال الثاني:** ما الأسباب التي أدت إلى فاعلية أو عدم فاعلية تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين؟

بما أن البيانات الكمية في السؤال الأول تجيب فقط على ما إذا كان تدريس الوحدة فاعلاً في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين أم لا، ولا تشير إلى الأسباب التي أدت إلى فاعلية الوحدة من عدمها، فقد تم طرح السؤال الثاني بهدف دعم النتائج الكمية وتفسيرها على أساس علمي دقيق، حيث تم جمع معلومات مفصلة باستخدام الملاحظة النوعية المفتوحة عن الإيجابيات والتحديات التي تمت مواجهتها أثناء تدريس الوحدة وسببت الفاعلية أو عدم الفاعلية.

## أهمية الدراسة

قد تفيد الدراسة الجهات التالية:

١- الطلاب المعلمين وذلك عن طريق:

١-١ التعرف على استراتيجيات متنوعة في الحساب الذهني.

١-٢ التعلّم باستراتيجية تدريس مختلفة قد تسهم في تنمية مهارات التفكير لديهم بشكل عام وليس مهارة الحساب الذهني فحسب.  
١-٣ التمكن من تقدير التحديات عند أداء عمليات الحساب الذهني من منظور المتعلم مما يساعدهم في فهم الطلاب واختيار الطرق المناسبة لتعليمهم في المستقبل.

٢- الباحثين في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات:

٢-١ التعرف على تجربة مختلفة تسعى للمساهمة في تنمية مهارة الحساب الذهني عن طريق المزج ما بين محتوى مشوّق واستراتيجية تدريس تدعو للحوار العميق.  
٢-٢ التعرف على طبيعة بعض الايجابيات والتحديات التي تتم مواجهتها أثناء تعليم وتعلّم الحساب الذهني.  
٢-٣ الاستفادة من توصيات الدراسة ومقترحاتها.

٣- القائمين على تصميم مناهج الرياضيات في برامج إعداد المعلم:

٣-١ الحصول على معلومات علمية يمكن الاستفادة منها عند تصميم أنشطة موجهة نحو تنمية مهارة الحساب الذهني.

حدود الدراسة:

اقتصرت الدراسة الحالية على:

1. الحدود البشرية: طلاب بكالوريوس التربية الخاصة، وقد اقتصرت الدراسة على طلاب التربية في تخصص التربية الخاصة دون التخصصات الأخرى المتاحة في كلية التربية (التربية البدنية والتربية الفنية) كونهم الوحيدون الذين يدرسون مقررات في مادة الرياضيات وستتاح لهم الفرصة لتدريسها بعد تخرجهم مستقبلاً.
2. الحدود المكانية: كلية التربية جامعة جازان.
3. الحدود الزمانية: الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي ١٤٣٩/١٤٤٠هـ الموافق ٢٠١٩/٢٠٢٠م.
4. الحدود الموضوعية: وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية والحساب الذهني.

## الإطار النظري والدراسات السابقة:

### أولاً: مكونات محادثات خدع الضرب الرقمية Multiplication Trick Talks

#### ١ - خدع الضرب الرقمية Multiplication Tricks

خدعة الضرب الرقمية هي عملية تلاعب بالأرقام حيث تُستخدم لإيجاد حل لمسألة حسابية عددية (غير لفظية) في وقت قصير جداً لا يتعدى ثوان ويخطوات محدودة ولا تستلزم بشكل رئيسي استيعاب العلاقة ما بين الأرقام وقيمهم المكانية والعمليات عليها، حيث يتم فيها تجاوز إجراءات الحل التي تتم عادةً في العمليات التقليدية للوصول للحل مباشرة دون القيام بأي حسابات ذهنية أو كتابية معقدة. على سبيل المثال، عند الضرب في ١١ كما في المثال (٣٥×١١) يكون الحل باستخدام خطوتين فقط كالتالي:

$$- \text{أجمع رقمي العدد } ٣٥ : (٣+٥) = ٨$$

$$- \text{ضع الناتج } ٨ \text{ بين } ٥ \text{ و } ٣ \text{ لتحصل على الإجابة } ٣٨٥$$

هنا تم اختزال جميع إجراءات العمليات الأساسية في الحل من ضرب وجمع في عملية حسابية بسيطة تم من خلالها الحصول على الإجابة الصحيحة بدقة وسرعة. ولخدع الضرب الرقمية عدة فوائد منها:

- إعطاء إجابة دقيقة
- إعطاء إجابة في وقت قصير جداً لا يتعدى ثوان
- سهولة التنفيذ حيث يمكن أن يؤديها كل من يملك المهارات الحسابية الأساسية
- مشوقة وخاصةً لصغار السن
- المساعدة في تعلم مواضيع أخرى في مادة الرياضيات
- المساعدة في تعزيز الاتجاه الإيجابي نحو مادة الرياضيات
- المساعدة في تعاملات الحياة اليومية

(Benjamin & Shermer, 2008; Kelly, 2014 & Abhishek, 2017)

وقد نكر (Mathews, 2008) أن من أهم فوائد الخدع الرقمية أنها تحفز الطلاب على التفكير والبحث عن كيفية إعطاء الخدع الرقمية للإجابة الصحيحة بشكل سحري. لذلك يجب على المعلمين استغلال هذا الحافز لتنمية تفكير طلابهم، وعدم الاكتفاء بتزويدهم بألية عمل الخدع الرقمية فقط، لأن ذلك سيؤدي إلى تأثير سلبي، فليس

كافياً أن يتعرف الطفل على آلية عمل الخدع الرقمية وتطبيقها بإتقان (المعرفة الإجرائية) ولكن يستلزم أن يستوعب "كيف" و "لماذا" تؤدي هذه الخدعة إلى الحل الصحيح (المعرفة المفاهيمية)، فالجمع ما بين المعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية أمر جوهري، فهما مكملان لبعض حيث إن التركيز على مهارة تطبيق الطرق الحسابية بدون فهمها يؤدي غالباً إلى نسيانها أو تذكرها بشكل غير صحيح، وأن التركيز على الفهم فقط دون تنمية مهارة التطبيق يؤدي إلى إعاقة المتعلم في حل المشكلات الرياضية بالشكل المنشود وبالتالي إعاقة تعلمه لموضوعات أعلى مستوى (العززي، ٢٠١٩).

## ٢- استراتيجيات محادثات الأرقام (Number Talks Strategy)

### ٢-١ تعريف محادثات الأرقام

ذكر (Lustgarten & Matney, 2019) أن استراتيجيات محادثات الأرقام فكرة جديدة نسبياً حيث بدأت جذورها في بداية التسعينيات على يد Richardson and Parker ولكنها أخذت في الانتشار منذ ٢٠١٠م بشكل واسع حين تم تطبيقها على المراحل الأولية في التعليم، ومن الممكن استخدامها مع أي مرحلة تعليمية أخرى بسبب طبيعتها التي تدعم الحوار والحساب الذهني (Flick & Kuchey, 2015). وتُعرف محادثات الأرقام بأنها مناقشة بين المعلم وطلابه لحل مسألة رياضية محددة مسبقاً بشكل ذهني، حيث يقوم الطلاب: (١) بحل المسألة الرياضية ذهنياً، و(٢) مشاركة زملائهم الاستراتيجيات والإجراءات التي استخدموها للوصول للإجابة الصحيحة، (٣) وأخيراً تقديم مبررات مقنعة لما تم استخدامه.

### ٢-٢ ركائز محادثات الأرقام

حدّد (Parrish, 2011; Parrish, 2014; Parrish & Dominick, 2016) ركائز أساسية لمحادثات الأرقام الناجحة هي:

- بيئة التعلم: لابد من أن تكون بيئة التعلم آمنة تسمح للطلاب بالتعبير عن أفكارهم بحرية ومشاركتها مع أقرانهم.
- المناقشة الصفية: يجب أن تُعطى الفرصة للطلاب لمناقشة جميع أنواع الحلول الصحيحة وغير الصحيحة ذهنياً.
- دور المعلم: يلعب المعلم دور الوسيط في عملية التعلم حيث يقوم بطرح أسئلة تركز على الإجراءات مثل: كيف توصلت لحل المسألة؟ وليس على الإجابة مثل: ماهي الإجابة؟ ثم الاستماع لتبريراتهم ومناقشتها.

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

- دور الحساب الذهني: يهدف الحساب الذهني إلى تشجيع الطلاب لاستيعاب العلاقة بين الأرقام والمكانة الرقمية لكل منها.

- اختيار المسائل الحسابية: يستلزم اختيار مسائل رياضية محدّدة تناسب هدف الدرس.

وقد أثبتت بعض الدراسات العلمية أثر استخدام استراتيجيات محادثات الأرقام الإيجابي في مجالات تعليم مختلفة، فقد قام (بشاي، ٢٠١٦) بدراسة أثر استخدام استراتيجيات محادثات الأرقام من خلال وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية الطلاقة الحسابية (الكفاءة - الدقة - المرونة) في عمليتي الجمع والطرح لدى ٨٤ طالباً وطالبة من الصف الثاني الابتدائي، حيث تمّ تقسيم عينة الدراسة إلى مجموعتين (كل منهما تحتوي على ٤٢ طالباً وطالبة) الأولى تجريبية درست باستراتيجيات محادثات الأرقام والأخرى ضابطة درست بالطريقة التقليدية. وقد اشتملت الوحدة المقترحة على مجموعة من استراتيجيات الحساب الذهني في الجمع والطرح تمّ توظيفها في تدريس موضوعات الوحدة. الاستراتيجيات التي تمّ استخدامها في الدراسة مسرودة بالأسفل بعد إضافة أمثلة توضيحية وتعديلات مصطلحية لتكون أكثر وضوحاً كالتالي:

▪ استراتيجيات عملية الجمع

- كَوْن عشرة أو عشرات (Make a Ten/Tens)

$$١٤ = ٤ + ١٠ = ٤ + ٢ + ٨ = (٤ + ٢) + ٨ = ٦ + ٨$$

$$٢٤ = ٤ + ٢٠ = ٤ + ٢ + ١٨ = (٤ + ٢) + ١٨ = ٦ + ١٨$$

- ضعف العدد ١+ (Doubles +1)

$$١٧ = ١ + ١٦ = ١ + ٨ + ٨ = ٨ + (١ + ٨) = ٨ + ٩$$

- التعويض (Compensation)

$$٤٤ = ١ - ٤٥ = ١ - ١٥ + ٤٠ = ١٥ + (١ - ٤٠) = ١٥ + ٣٩$$

$$٤٤ = ١٤ + ٤٠ = (١ - ١٥) + (١ + ٣٩) = ١٥ + ٣٩$$

▪ استراتيجيات عملية الطرح

- العد لأعلى (Counting Up)

$$= ٦ - ٩$$

يُبْحَث عن العدد الذي يُمكن إضافته للمطروح (٦) للوصول إلى المطروح منه

$$(٩) وهو ٣، لذلك ٣ = ٦ - ٩$$

- الجمع بالقَطْع (Adding Up in Chunks)

$$= ٦٩ - ١٢٣$$

المطلوب هو إيجاد الفرق ما بين ١٢٣ و ٦٩ لذلك تحوّل عملية الطرح إلى عملية إضافة قطع سهلة الاستيعاب ذهنياً للمطروح (٦٩):

$$١٢٣ + ٦٩ = ١٩٢ \quad \text{ثم} \quad ١٩٢ - ٦٩ = ١٢٣ \quad \text{وهي} \quad ١٢٣ + ٦٩ = ١٩٢$$

$$\text{الفرق الثابت (Keeping a Constant Difference)} = ١٢٣ - ٦٩ = ٥٤$$

يتم إضافة ١٤ إلى المطروح (٢٨٦) ليصبح ٣٠٠ وهو عدد مريح يمكن التعامل معه ذهنياً بسهولة، ويتم أيضاً إضافة نفس العدد ١٤ (الفرق الثابت) للمطروح منه (٤٣٦) ليصبح ٤٥٠ وهنا تتحول المسألة إلى  $٤٥٠ - ٣٠٠ = ١٥٠$

وقد أظهرت نتائج الدراسة وجود أثر إيجابي لاستخدام استراتيجيات محادثات الأرقام في تنمية مستوى عينة الدراسة من طلاب الصف الثاني الابتدائي في الطلاقة الحسابية لعمليتي الجمع والطرح، وأوصت الدراسة بتدريب المعلمين على كيفية آلية استراتيجيات محادثات الأرقام وحثهم على استخدامها في تدريس العمليات الأربعة الأساسية (جمع - طرح - ضرب - قسمة) في مادة الرياضيات.

وفي دراسة مشابهة، قام (Lustgarten & Maney, 2019) بدراسة أثر استخدام استراتيجيات محادثات الأرقام على تنمية الحس العددي لدى ٢٩ طالباً معلماً يسعون للحصول على درجة البكالوريوس في تعليم المرحلة الثانوية وذلك في أحد جامعات وسط غرب أمريكا، وقد تمت الدراسة خلال مقرر "طرق تدريس الرياضيات" الذي ركّز على تنمية فهم الطلاب المعلمين في نظرية الأرقام والجبر وكذلك معايير تدريس الرياضيات. ولتحقيق هدف الدراسة، تمّ تنفيذ التجربة البحثية على ثلاث مراحل كالتالي:

(١) اختبار قبلي: حيث طلب الباحثان من كل طالب معلم في بداية الفصل استخدام أكبر قدر من الاستراتيجيات لحل المسألة  $٣٦ \times \frac{٢}{٣}$  ذهنياً في مدة دقيقتين، ثم تقديم شرح مكتوب لآلية كل استراتيجية تم استخدامها، مع ذكر الاستراتيجية المفضلة لديهم وذلك في بطاقة مخصصة لهذا الغرض.

(٢) تم تدريس ١١ مسألة رياضية للطلاب المعلمين باستخدام استراتيجيات محادثات الأرقام ضمن محتوى المقرر وذلك خلال مدة الفصل الدراسي حيث تمّ توزيع المسائل الرياضية إلى: ٥ مسائل رقمية مثل (١،٢٥ ÷ ٠،٠٢٥ و  $\frac{٣}{٨} - ٢ \frac{٣}{٨}$ ) و ٥ مسائل جبرية مثل (حدد القاعدة للمعادلة:  $ص = ٣س + ٥$  مع تزيد الطلاب المعلمين بعدة قيم للمجهول س يقبلها قيم للمجهول ص في جدول) ومسألة لفظية واحدة (أيهما أكبر  $٧٥ \times ٢٩$  أو  $٧٩ \times ٢٥$ )

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

(٣) اختبار بعدي: حيث تم إعادة تطبيق نفس الاختبار القبلي بمحتواه وإجراءاته.

وقد أظهرت النتائج أن ٩ من ٢٩ طالباً معلماً قد استخدموا نفس عدد الاستراتيجيات خلال الاختبار البعدي مقارنة بالاختبار القبلي، و٦ طلاب معلمين استخدموا عدد استراتيجيات أقل، ولكن العدد الأكبر (١٤ طالباً معلماً) استخدم عدد استراتيجيات أكبر، وقد كان العدد الإجمالي للاستراتيجيات المستخدمة من قبل كل عينة الدراسة هو ٦٤ في الاختبار القبلي مقارنة بعدد ٨٢ استراتيجية لصالح الاختبار البعدي بزيادة قدرها ١٨ استراتيجية. وعند سؤال عينة الدراسة ما إذا كانوا يأخذون بعين الاعتبار التعلّم باستخدام استراتيجيات محادثات الأرقام في مقررات أخرى، ٢٨ من ٢٩ طالباً معلماً كانت إجابتهم "نعم" وطالب واحد أجاب "ممكن".

### ثانياً: الحساب الذهني Mental Computation

#### ١- تعريف الحساب الذهني

عرّف (Trafton, 1978) الحساب الذهني بأنه عبارة عن إجراءات حل غير تقليدية تعطي نفس الإجابة لإجراءات الحل التقليدية ولكن بدون استخدام الورقة والقلم، وقد تطوّر هذا التعريف خلال عقود من الزمن على يد عدد كبير من الباحثين حول العالم، وعليه يلخّص الباحث تعريف الحساب الذهني كالتالي: هو إجراءات ذهنية يقوم به الفرد لمعالجة عملية حسابية (عددية أو لفظية) باستخدام استراتيجية أو عدّة استراتيجيات معينة تساعد في الربط بين الأعداد والعمليات عليها لتنتج إجابة دقيقة للعملية الحسابية في زمن قصير، وتتم هذه الإجراءات الذهنية عادةً بدون الاستعانة بمساعد خارجي كالورقة والقلم أو الآلة الحاسبة، ولكن من الممكن استخدام الورقة والقلم لتدوين ملاحظات صغيرة فقط، وليس إجراءات حل، وذلك دعماً للذاكرة خصوصاً في المسائل الحسابية الطويلة أو المعقدة.

ويعرف الباحث الحساب الذهني إجرائياً في هذه الدراسة بأنه إعطاء الطالب المعلم إجابة دقيقة في وقت قصير محدد لمسألة ضرب عدد مكون من رقمين بعدد آخر مكون من رقمين باستخدام إحدى استراتيجيات الحساب الذهني.

#### ٢- ركائز تدريس الحساب الذهني

حدّد (Olsen, 2015) خمسة ركائز أساسية لتدريس مهارة الحساب الذهني، وأكد أن هذه الركائز لا يمكن بناؤها في يوم وليلة، وإنما تتطور عملية بنائها خلال الزمن،

ولا يمكن لركيزة واحدة أن تكون مؤثرة إذا عملت بشكل منفصل حيث أن التكامل بين الركائز هو المفتاح لإنتاج متعلم متمكن في مهارة الحساب الذهني. الركائز هي:

- أهمية الحساب الذهني: لا بد أن يشعر المتعلم بأثر الحساب الذهني حياته العلمية (زيادة استيعابه للأرقام والعمليات عليها والتفكير الجبري) وحياته العملية (إجراء الحسابات في الحياة اليومية كالتأكد من صحة فاتورة أو القدرة على احتساب نسبة خصم معين)
- استراتيجيات الحساب الذهني: قد يستطيع بعض الطلاب أن يتوصلوا لبعض استراتيجيات الحساب الذهني بأنفسهم واستخدامها، ولكن كثيراً منهم لا يستطيع، وتملكهم الدهشة عندما يتعلموا استراتيجيات جديدة ويدركوا كيفية مساهمتها في التوصل للحل بشكل ممتع وسريع مقارنة بالورقة والقلم وكذلك الآلة الحاسبة، لذلك لا يمكن الافتراض أن الطلاب يمتلكون الكثير من استراتيجيات الحساب الذهني بل يجب تعليمهم إيّاها.
- التدريب على الحساب الذهني: لا يُكتفى بشرح استراتيجية معينة وتوضيح كيفية ومتى يمكن استخدامها، بل يجب إعطاء الفرصة للطلاب أن يتدربوا عليها عملياً باستخدام مسائل حسابية، حيث يتم التدرج فيها من المسائل السهلة إلى المركبة والتنوع ما بين مسائل رقمية ومسائل لفظية.
- اتخاذ القرار بخصوص استراتيجيات الحساب الذهني: يجب تدريب الطلاب على كيفية اتخاذ القرار بخصوص نوعية الاستراتيجيات التي يمكن استخدامها، حيث يجب أن يسأل الطالب نفسه: هل يوجد استراتيجية لحل هذه المسألة ذهنياً؟ الجواب نعم في هذه المسألة:  $س = 98 - 53 = 45$ ، على سبيل المثال، حيث يمكن استخدام استراتيجية التعويض كالتالي:  $س = 98 + 53 = 151 = 100 + 53 - 2 = 151$ . في مسائل أخرى يمكن استخدام استراتيجيات أخرى مختلفة.
- عقلية الحساب الذهني: يستلزم تطوير عقلية خاصة بالحساب الذهني تهدف إلى زرع الإيمان بالدور المهم الذي يؤديه في حياة الطالب، وذلك عن طريق تحفيز الطالب للبدء دائماً باستخدام الحساب الذهني عند المحاولة للإجابة على المسائل الرياضية في التمارين والاختبارات، مع القيام أحياناً بتحديد اختبارات يُستخدم فيها الحساب الذهني فقط وأخرى تستلزم استخدام الآلة الحاسبة بحيث يستوعب الطالب إنه يوجد مكان ووقت للحساب الذهني وآخراً للآلة الحاسبة.

### ٣- استراتيجيات عملية الضرب الذهنية

يوجد العديد من استراتيجيات الضرب الذهنية منها:

- الأصفار الملحقة (Trailing Zeros):

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

إذا كان أحد عوامل الضرب (المضروب أو المضروب به) مضروب بعشرة فإن الناتج يكون مضروباً بعشرة وهذا ينطبق على مضاعفات العشرة:

$$\begin{array}{r} 10 \times 5 \\ \times \quad \quad \quad \times \\ \hline 3 \qquad \qquad \quad 3 \\ \hline 10 \times 15 \qquad \qquad 150 \end{array}$$

#### ▪ التنصيف والمضاعفة (Halving and Doubling):

تُستخدم هذه الاستراتيجية مع 5 أو مضاعفاتهما بطريقتين:

أولاً: أخذ نصف العامل الأول ومضاعفة الخمسة أو مضاعفها ثم ضربهما ببعض:

$$80 = (10 \times 8) = (5 \times 16) -$$

$$300 = (50 \times 6) = (25 \times 12) -$$

$$90 = (10 \times 9,0) = (5 \times 18) -$$

ثانياً: مضاعفة الخمسة وضربها في العامل الآخر ثم أخذ نصف الناتج

$$80 = 2 \div 160 = 2 \div (16 \times 10) = (16 \times 5)$$

وتُستخدم هذه الاستراتيجية أيضاً مع الأعداد الزوجية بأخذ نصف العامل الأول

ومضاعفة العامل الثاني ثم ضربهما ببعض:

$$64 = (8 \times 8) = (4 \times 16) -$$

#### ▪ ضاعف 3 مرات (Double 3 Times)

تُستخدم هذه الاستراتيجية مع 8، حيث يتم مضاعفة العدد المضروب في 8

ثلاث مرات للحصول على الناتج - (9 × 8) = ضعف 9 هو 18، ضعف 18 هو 36،

ضعف 36 هو 72 وهو الناتج النهائي لعملية الضرب.

#### ▪ التعويض (Compensation):

تُستخدم عند ضرب أعداد كبيرة بأخرى صغيرة مثل المسألة الحسابية (6 × 79)،

ويتم الحل كالتالي:

- تقريب العدد ٧٩ إلى أقرب مضاف للعشرة وهو ٨٠ وتعويضه في المسألة

كالتالي:  $6 \times (1 - 80)$

- يتم حل المسألة مباشرةً  $(6 \times 80) - (6 \times 1) = 480 - 6 = 474$

- النهاية الأمامية (Front-End): حيث تتم عملية الضرب بدءاً من القيمة المكانية الأكبر للأصغر وذلك بعد تحليل العدد ووضع الأرقام كل حسب قيمته المكانية ذهنياً

	٥٠٠	+	٢٠	+	١
					٥٢١
				×	×
				↔	
				٣	٣
ألف	مئات	عشرات	آحاد		١٥٦٣
١	٥	٠	٠		
		٦	٠		
			٣		
١	٥	٦	٣		

#### ٤- ضعف مهارة الحساب الذهني وأسبابها

أظهرت الدراسات السابقة وجود ضعف في مهارة الحساب الذهني لدى طلاب المرحلة الابتدائية، فقد قامت (العجمي، ٢٠١٤)، على سبيل المثال، بدراسة للتعرف على مستوى طلاب الصف السادس في الحساب الذهني والاستراتيجيات التي يستخدمونها بعد مرور خمس سنوات من إدراج مهارة الحساب الذهني في كتب الرياضيات في الكويت وتنفيذ عملية تدريسها. وتكونت عينة الدراسة من ٣٢٢ طالباً وطالبة تم اختيارهم عشوائياً من ٣ مناطق تعليمية مختلفة، حيث تم جمع البيانات عن طريق: (١) اختبار الحساب الذهني والذي احتوى على ٣٦ مسألة رياضية شملت الأعداد الكلية والأعداد والعشرية والكسرية وكذلك العمليات الأربعة الأساسية على هذه الأعداد وهي الجمع والطرح والضرب والقسمة، وقد تم تطبيق الاختبار على العينة كاملةً والذي استغرق ١٠ دقائق تقريباً حيث تم تشجيعهم قبل بدء الاختبار على إيجاد الناتج ذهنياً. وقد أظهرت النتائج ضعف مستوى العينة في الحساب الذهني حيث بلغ متوسط الدرجات ٦,٩٦ من أصل ٣٦ درجة. (٢) مقابلة الحساب الذهني والتي هدفت إلى التعرف على الاستراتيجيات التي استخدمتها العينة في حل المسائل الرياضية، حيث احتوت المقابلة على ١٣ مسألة رياضية مأخوذة من اختبار الحساب الذهني. تمت المقابلة مع ٣٢ طالباً و٣٥ طالبة تم

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

اختيارهم من بين أفراد العينة والذين حصلوا على درجة تعادل متوسط الدرجات (٦،٩٦) أو أكثر في اختبار الحساب الذهني، حيث طلب منهم حل هذه المسائل مع توجيه أسئلة مقتنة مثل: ما هي الطريقة التي استخدمتها لحل المسألة؟ هل يوجد طريقة أخرى لحل نفس المسألة؟ وقد أظهرت النتائج أن ١٧،٦٪ فقط من استجابات الطلاب شملت على استراتيجيات للحساب الذهني وكان أكثرها استخداماً هي الإكمال للواحد الصحيح أو ١٠ أو مضاعفاتها والتسلسل في اجراء العمليات، وأقلها استخداماً كان العملية العكسية والتقريب لعدد يسهل حسابه واستخدام النقود.

وقد أوصت الدراسة بضرورة تخصيص عدد أكبر من الساعات الدراسية لتنمية مهارة الحساب الذهني بالتركيز على تدريس استراتيجياته المختلفة داخل الفصل، وهذا بالتزامن مع التركيز على توعية المعلمين أثناء الخدمة والطلاب المعلمين في كليات المعلمين باستراتيجيات الحساب الذهني والطرق الأمثل لتوظيفها في تنمية مستوى لطلاب في الحساب الذهني.

وقد تطرقت دراسة (السعدي والطائي، ٢٠١١) لمجموعة من أسباب ضعف مهارة الحساب الذهني لدى طلاب المرحلة الابتدائية، حيث تمّ استطلاع وجهة نظر ١٠٠ معلم ومعلمة من ٢٧ مدرسة في الصعوبات التي يواجهها طلاب المرحلة الابتدائية عند استخدام الحساب الذهني وذلك باستخدام استبانة مكونة من ٢٩ صعوبة. وقد أظهرت النتائج أنّ أهم الصعوبات الذهنية تمثلت في عدم قدرة الطلاب على: (١) استخدام خواص الأعداد، (٢) استخدام القيم المكانية للأرقام في العدد، (٣) استخدام خواص الإبدال والتوزيع والتجميع للعمليات الحسابية، (٤) ربط نواتج الحساب ببعضها البعض، (٥) إعطاء نتيجة تقريبية.

وهذا لا يختلف عن الطلاب المعلمين، فقد أظهرت الدراسات السابقة أن الطلاب المعلمين لديهم أيضاً صعوبات متعلقة بمهارة الحساب الذهني، حيث قام (Hajra & Kofman, 2017) بدراسة مدى فهم الطلاب المعلمين لعمليات الجمع والطرح الذهنية التي سيدرسونها لطلابهم في المستقبل، حيث تمت الدراسة لمدة فصل دراسي واحد خلال مقرر يركّز على الحساب في إحدى الجامعات الأمريكية. وقد تكونت عينة الدراسة من ٣١ طالباً معلماً للمرحلة الابتدائية تمّ توزيعهم على مجموعة تجريبية (١٧ طالباً معلماً) ومجموعة ضابطة (١١ طالباً معلماً). درست المجموعتان نفس محتوى الحساب من خلال الكتاب المخصص للمقرر إلا إنّ الباحث استخدم بعض استراتيجيات الحساب الذهني مع المجموعة التجريبية فقط لمدة عشر دقائق في كل محاضرة طوال الفصل الدراسي. وقد قامت المجموعتان بأداء اختبار بعدي يحتوي على مجموعة من مسائل الجمع والطرح حيث

طلب منهم استخدام استراتيجيات الحساب الذهني التي تعلموها في المقرر مع تقديم شرح لأنواع الاستراتيجيات وكيفية استخدامها.

نتائج الدراسة أظهرت بشكل عام أن: (١) الطلاب المعلمين لديهم ضعف في الحس العددي ناتج عن قصور في الطلاقة الحسابية في عمليتي الجمع والطرح، و (٢) الطلاب المعلمين في كلا المجموعتين التجريبية والضابطة لم يستطيعوا استخدام استراتيجيات حساب ذهني فعالة بل إنهم في بعض الحالات لم يكن لديهم الوعي الكافي بأنواع الاستراتيجيات التي استخدموها. وختمت الدراسة بأن هؤلاء الطلاب المعلمين غير مؤهلين لتدريس استراتيجيات الحساب الذهني للصف الثاني والثالث الابتدائي، وعليه توصي الدراسة بضرورة خصيص تدريب مكثف لمساعدتهم في اكتساب الطلاقة الحسابية في عمليتي الجمع والطرح وتدريبهم استراتيجيات الحساب الذهني وكيفية استخدامها.

#### ٥- تنمية مهارة الحساب الذهني

طرحت الدراسات التي تناولت ضعف مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب حلولاً متنوعة من برامج واستراتيجيات تدريس ووسائل تعليمية مقترحة قد تساعد في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب. أحد البرامج المقترحة تم تقديمه في دراسة (غنية، ٢٠١١)، حيث قامت الباحثة ببناء برنامج قائم على النظرية البنائية (Constructivism) والتي تدعو لتنظيم عملية التعليم بشكل يتيح للمتعلم بتكوين بنيته بنفسه من خلال مواقف تعليمية، حيث تم من خلال الدراسة قياس أثر هذا البرنامج في تنمية مهارة الحساب الذهني في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي بمصر. استخدمت الدراسة المنهج الشبه تجريبي لمجموعة واحدة في اختبار قبلي وبعدي لتحقيق هدف الدراسة حيث تم اختيار عينة تتكون من ٤٠ طالباً وطالبة يدرسون في الصف الخامس من مدرسة معينة بشكل قصدي. ويعد بناء البرنامج المقترح كاملاً، تم اختيار ثلاث وحدات ممثلة للبرنامج وتدريبها لمدة شهر ونصف وهي وحدة منظومة الأعداد ووحدة العلاقات بين الأعداد ووحدة العمليات الحسابية على الأعداد ذهنياً.

وقد أعد اختبار للحساب الذهني تم تطبيقه قبل تدريس الوحدات الثلاث لعينة الدراسة وكذلك بعد تدريس العينة وذلك بهدف قياس مدى فاعلية البرنامج في تنمية مهارة الحساب الذهني، حيث اشتمل الاختبار على ٤٠ مسألة رياضية. وقد أظهرت النتائج أنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات عينة الدراسة لصالح الاختبار البعدي مما يشير إلى فاعلية البرنامج في تنمية مهارة الحساب الذهني في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الخامس الابتدائي. وقد أوصت الدراسة بضرورة احتواء مقررات الرياضيات بمراحل التعليم ما قبل الجامعي على محتوى يدعم وينمي مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب، كما أوصت الدراسة بضرورة تركيز برامج إعداد معلمي الرياضيات على تنمية هذه

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

المهارة لدى الطالب المعلم وكذلك تكثيف دورات بهذا الخصوص لمعلمي الرياضيات أثناء الخدمة.

وفي دراسة مشابهة، قامت (عفانة، ٢٠١٢) ببناء برنامج إثرائي قائم على استراتيجيات الحساب الذهني في العمليات الحسابية الأساسية الأربعة وقياس مدى فعاليته في تنمية مهارات الحس العددي: (١) مهارة الحساب الذهني حيث تم تزويد الطلاب بعدد من الاستراتيجيات لاستخدامها في حل المسائل الحسابية ذهنياً و(٢) مهارة التقدير التقريبي حيث يقوم الطلاب بتقدير ناتج المسائل الحسابية ذهنياً. استخدمت الدراسة المنهج الشبه تجريبي حيث تم اختيار مدرسة معينة بشكل قصدي لتطبيق الدراسة حيث تم تعيين فصلين من الصف الخامس بشكل عشوائي ليكون أحدهما تجريبية (٤٠ طالبة) والأخرى ضابطة (٤٠ طالبة). وقد أظهرت النتائج فاعلية البرنامج في تنمية مهارتي الحساب الذهني والتقدير التقريبي لعينة الدراسة، حيث أوصت الدراسة بتدريس استراتيجيات الحساب الذهني للطلاب من خلال مواقف حياتيه وتشجيعهم على ابتكار استراتيجيات جديدة، كما أوصت بعقد دورات للمعلمين بهدف تدريبهم على استراتيجيات الحساب الذهني والتقدير التقريبي وكيفية توظيفها داخل الصف.

قام (القضاة وقاسم، ٢٠١٥) بدراسة فاعلية استراتيجية حل المشكلات في تنمية مهارة الحساب الذهني في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الابتدائي. استخدمت الدراسة المنهج الشبه تجريبي لمجموعتين ضابطة وتجريبية لتحقيق هدف الدراسة حيث تكون مجتمع الدراسة من جميع طلبة الصف السادس الابتدائي في محافظة إربد بالأردن وعددهم ٣٤٢٩ طالباً، وتم اختيار عينة تتكون من ٤٠ طالباً بشكل قصدي من مدرسة معينة نظراً لتعاون إدارتها ومعلميها وتوفير الظروف الملائمة لتطبيق الدراسة، حيث تم تعيين العينة بالطريقة العشوائية البسيطة حيث قسّمت إلى مجموعتين الأولى تجريبية (٢٠ طالباً) والأخرى ضابطة (٢٠ طالباً). وقد أظهرت نتائج الدراسة وجود أثر ذو دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠٥) لاستخدام استراتيجية حل المشكلات في تنمية مهارة الحساب الذهني في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الابتدائي. وعليه، أوصت الدراسة القائمين على المناهج الدراسية ليس فقط على تضمين استراتيجيات حل المشكلات في المناهج بل أيضاً على ضرورة تدريب المعلمين على كيفية استخدامها في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلبة.

وفي دراسة مماثلة، قام (الزيود والشرع، ٢٠١٩) بتقصي أثر الألعاب التعليمية الإلكترونية في تنمية مهارة الحساب الذهني في مادة الرياضيات وتحديدًا في وحدات الضرب والقسمة والهندسة لدى طلاب الصف الثالث الابتدائي. استخدمت الدراسة المنهج

الشبه تجريبي لمجموعتين ضابطة وتجريبية لتحقيق هدف الدراسة حيث تم اختيار عينة تتكون من ٨٠ طالباً وطالبة بشكل قصديّ وتعيينها عشوائياً حيث قسّمت إلى مجموعتين الأولى تجريبية (٤٠ طالباً وطالبة) درست وحدات الضرب والقسمة والهندسة ضمن منهج الرياضيات باستخدام برمجية ألعاب إلكترونية والأخرى ضابطة (٤٠ طالباً وطالبة) ودرست باستخدام الطريقة المعتادة. برمجية الألعاب إلكترونية تمّ تدريسها في ١٦ درساً بواقع ٤٤ حصّة واحتوت على: (١) العمليات الأساسية في الرياضيات شاملة ٩ مستويات في الضرب و٦ في القسمة ومستويان في الهندسة، (٢) المحتوى التعليمي مقرون بصور توضيحية ورسوم متحركة وفيديو، (٣) مجموعة ألعاب إلكترونية، و (٤) اختبار ذاتي. وقد أظهرت نتائج الدراسة وجود فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى (0.05) لصالح المجموعة التجريبية حيث يشير هذا الفرق إلى مساهمة برمجية الألعاب الإلكترونية في تنمية مهارة الحساب الذهني في الضرب والقسمة والهندسة لدى طلاب الصف الثالث الابتدائي. وعليه، أوصت الدراسة معلمي الرياضيات بشكل عام ومعلمي الصف الثالث الابتدائي بشكل خاص بتوظيف الألعاب الإلكترونية في تنمية مهارة الحساب الذهني، متزامناً مع ضرورة عقد ورش ودورات تدريبية للمعلمين لمساعدتهم في اكتساب المهارة اللازمة لتوظيف الألعاب الإلكترونية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى طلابهم.

وقد قامت (موافي وقُدوري، ٢٠١٩) باكتشاف أثر الماوسات المتعددة ( Mouse Mischief) في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى طالبات ضعاف السمع بالصفوف الأولية بالمملكة العربية السعودية، حيث تُعرّف الماوسات المتعددة بأنها خدمة تقنية تهدف إلى توظيف التكنولوجيا الحديثة في التدريس عن طريق إنشاء دروس تفاعلية تنفذ بإجراءات تدريسية معينة باستخدام (Microsoft PowerPoint) حيث يتم التدريس بالنقر على شرائح تحتوي على محتوى الدرس. استخدمت الدراسة المنهج الشبه تجريبي لمجموعتين ضابطة وتجريبية لتحقيق هدف الدراسة حيث تمّ اختيار عينة تتكون من ٣٠ طالبة بشكل قصديّ في مدرستين مختلفتين من مدراس الدمج بجهة وتم تعيين الأولى تجريبية (١٥ طالبة) درست وحدة جمع الأعداد وطرحها في الرياضيات باستخدام الماوسات المتعددة والأخرى ضابطة (١٥ وطالبة) ودرست باستخدام الطريقة المعتادة. وقد أظهرت نتائج الدراسة فاعلية الماوسات المتعددة في تنمية مهارة الحساب الذهني في الجمع والطرح لدى الطالبات ضعاف السمع بالصفوف الأولية. وعليه، أوصت الدراسة باستخدام وسائل واستراتيجيات تدريسية تتناسب مع طريقة تعلم الطلاب وخاصة ضعاف السمع، وكذلك أوصت بضرورة عقد دورات تدريبية لمعلمات الصفوف الأولية بشكل عام ومعلمات ضعاف السمع بشكل خاص لرفع مهارتهن في الحساب الذهني وآلية تدريسه بالشكل المطلوب.

### التعليق على الدراسات السابقة:

يتضح جلياً أن جميع الدراسات السابقة اختلفت في نوعية الحلول التي أوصت بها للمساعدة في تنمية الحساب الذهني لدى الطلاب ولكنها اتفقت جميعاً على ضرورة وجود معلم متمكن في الحساب الذهني لتنفيذ هذه الحلول بالشكل الأمثل حيث أكدت على ضرورة تدريب المعلمين على كيفية استخدام هذه الحلول حتى يصبح متمكناً من الحساب الذهني وقادراً على تدريسه لطلابه، ففاقد الشيء لا يعطيه، فكيف لمعلم إن يُكسب طلابه معرفة أو مهارة في مادة الرياضيات وهو لا يملكها (MA, 1999)، وأشارت الدراسات إلى إن تأهيل معلم متمكن يبدأ من برامج إعداد المعلم حيث يجب التركيز على تطوير مهارة الحساب الذهني للطلاب المعلم في كلية التربية في المقام الأول، فالتأهيل الجيد يؤدي إلى إنتاج معلم جيد.

ورغم توصيات جميع الدراسات السابقة على ضرورة تأهيل معلم متمكن في الحساب الذهني، ورغم وجود دليل علمي على وجود ضعف في مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين، إلا أنه هناك ندرة في الدراسات التي تناولت هذا الضعف لدى الطلاب المعلمين وكيفية علاجه. وعليه، فقد ساعدت القراءة المتعمقة في الدراسات السابقة الباحث في الحصول على الثغرة البحثية للدراسة الحالية وتحديد الإضافة العلمية في مجال الحساب الذهني، حيث هدفت هذه الدراسة إلى تقديم مقترح لعلاج ضعف مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين. وبعد استعراض أسباب ضعف مهارة الحساب الذهني في الدراسات السابقة وكذلك الحلول المقترحة لمعالجة هذا الضعف لدى الطلاب، والتي قد تفيد الطلاب المعلمين أيضاً، استخدمت هذه الدراسة حلاً جديداً مختلفاً عما طرح في الدراسات السابقة وذلك سعياً للمساهمة في تنمية مهارة الحساب الذهني للطلاب المعلمين، وكان الحل المقترح هو وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية والتي تتكون من محتوى مشوق (خدع ضرب رقمية) يدعو للاكتشاف واستراتيجية محفزة (محادثات الأرقام) تدعو للحوار العميق.

### الطريقة والإجراءات:

#### أولاً: منهج الدراسة

تم استخدام منهج خليط ما بين المنهج الكمي والمنهج النوعي Mixed Methods Research لأن "الدليل الكمي قد يكون قوياً جداً، ولكنه أيضاً قد يخفي قدراً كبيراً من المعلومات والبيانات التي يكشفها الدليل النوعي" (مطاوع وجعفر الخليفة، ٢٠١٩، ٦٣). كميّاً، تم استخدام منهج البحث شبه التجريبي

(Quasi-Experimental Design) القائم على اختبار قبلي وبعدي ذو المجموعة الواحدة (One Group Pretest-Posttest) وذلك لاكتشاف فاعلية وحدة تدريسية قائمة على خدع ضرب رقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين، وكان تصميم البحث كالتالي:

المجموعة	الاختبار القبلي	المعالجة التجريبية	الاختبار البعدي
G	O1	X	O2

حيث:

G: مجموعة البحث (العينة)

O1: اختبار الحساب الذهني القبلي

X: وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية

O2: اختبار الحساب الذهني البعدي

وقد تم اختيار هذا التصميم لمناسبته لطبيعة الدراسة حيث كان يوجد مجموعة واحدة تدرس مقرر الرياضيات لمعلمي التربية الخاصة أثناء إجراء الدراسة، وعليه تم قياس المتغير التابع (مهارة الحساب الذهني) باستخدام اختبار الحساب الذهني قبل وبعد المعالجة التجريبية (وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية)، وتمت المعالجة الإحصائية باستخدام اختبار "ت" لمجموعة واحدة أو مجموعتين مرتبطتين - Paired Samples t-test (Dependent sample t-test) لتحديد ما إذا كان هناك فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (0.05) بين متوسطي درجات الطلاب المعلمين في اختبار الحساب الذهني القبلي والبعدي.

نوعياً، تم الحصول على معلومات مفصلة عن الإيجابيات والتحديات التي تمت مواجهتها أثناء تدريس هذه الوحدة وذلك عن طريقة أسلوب الملاحظة النوعية "المقصودة والمباشرة والمحددة". ملاحظة مقصودة لأن الباحث لا يلاحظ عن طريق الصدفة وإنما يلاحظ أشخاصاً معينين (عينة البحث) في مكان معين (داخل قاعة المحاضرات) (الشافعي وعثمان، ٢٠١٢)، وملاحظة مباشرة بحكم اتصال الباحث بالعينة بشكل مباشر (العبد الكريم، ٢٠١٨)، وملاحظة محددة لأن الباحث امتلك تصوراً واضحاً عن نوعية المعلومات التي سيتم ملاحظتها من خلال محورين وهما الإيجابيات والتحديات المتعلقة بوحدة محادثات خدع الضرب الرقمية (النوح، ٢٠١١).

### ثانياً: عينة الدراسة

تكونت عينة الدراسة النهائية من (٢٧) طالباً معلماً بكلية التربية تتراوح أعمارهم ما بين ٢٠-٢٢ عاماً ممن لديهم خلفية علمية في المرحلة الثانوية حيث يدرسون برنامجاً مدته أربع سنوات يُعدّهم ليصبحوا معلمي تربية خاصة عند إكماله بنجاح، ومن متطلبات البرنامج اجتياز مقرري الرياضيات لمعلمي التربية الخاصة ١ و ٢ واللذان يركزان على محتوى مادة الرياضيات في المرحلة الابتدائية وكيفية تدريسه. وقد كانت العينة مبدئياً (٣٠) طالباً معلماً ولكنه تمّ استبعاد نتائج (٣) طلاب معلمين وذلك لحضورهم اختبار الحساب الذهني القبلي وتخلّفهم عن البعدي، وقد كانت عينة الدراسة تدرس مقرر الرياضيات لمعلمي التربية الخاصة ٢ أثناء إجراء الدراسة.

### ثالثاً: وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية

#### ١- هدف الوحدة

تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين بحيث يصبحوا قادرين على حساب ناتج ضرب أي عدد مكون من رقمين بأي عدد آخر مكون من رقمين.

#### ٢- محتوى الوحدة

##### - خدعة رقم ١

جدول العدد ١١ (ضرب أي عدد مكون من رقمين في العدد ١١) وقد تمّ اختيار جدول العدد ١١ تحديداً لوجود خدعة خاصة به يمكن من خلالها التلاعب بالأرقام وتجاوز جميع إجراءات الحل التقليدية للوصول للإجابة الصحيحة مباشرة، كما في المثال التالي:

عشرات	آحاد
٢	٣
	×
١	١

٢ ٥ ٣

حيث يتم الحل باستخدام خطوتين مباشرتين فقط كالتالي:  
▪ جمع رقمي الآحاد والعشرات للعدد المضروب في ١١ وهو ٢٣ كالتالي: (٢+٣)  
٥ =

- وضع ناتج الجمع ٥ في المنصف ما بين رقمي الآحاد والعشرات ذاتهما للحصول على الإجابة الصحيحة وهي ٢٥٣

- خدعة رقم ٢

- عملية ضرب تنطبق عليها قواعد محددة كما في المثال التالي:
- مجموع رقمي الآحاد في العددين المضروبين يساوي عشرة (٦+٤=١٠).
- الرقم في خانة العشرات في العددين هو نفسه في (٢).

عشرات	آحاد
٢	٤
×	
٢	٦
-----	
(١+٢) × ٢	٤ × ٦
<u>٦</u>	<u>٢٤</u>
-----	
٦٢٤	

إجراءات تنفيذ عمل خدعة الضرب الرقمية تكون كالتالي:

- في خانة الآحاد: يتم ضرب رقمي الآحاد ببعضهما البعض والناتج يعتبر هو الجزء الأول (الأيمن) من الإجابة النهائية.
- في خانة العشرات: يتم أولاً إضافة ١ (عشرة واحدة) لرقم العشرات في العدد الأول (أو العدد الثاني لأنه نفس الرقم) ومن ثم ضربه برقم العشرات في العدد الثاني، والناتج يعتبر الجزء الثاني (الأيسر) من الإجابة النهائية.
- يتم ضم الناتجين (الأيمن والأيسر) لتكوين الإجابة النهائية لعملية الضرب.

٣- طريقة تدريس الوحدة

قام الباحث باستخدام استراتيجية محادثات الأرقام في تدريس الوحدة وقد تم حل المسائل بشكل معكوس حيث تم تزويد الطلاب بمسألة رياضية واجابتها عن طريق أحد الخدع الرقمية المحددة بالوحدة وطلب منهم تفسيرها وتوضيح إجراءاتها باستخدام خطوات استراتيجية محادثات الأرقام كالتالي:

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

#### - اختيار المسألة الحسابية:

- عرض مسألة ضرب عدد مكون من رقمين بعدد آخر مكون من رقمين مثل  
( $11 \times 23$ )
- كتابة المسألة بطريقة تتيح رؤية العلاقة بين الأعداد والقيمة المكانية لكل رقم:  
( $11 \times 23$ ) تعني ( $3 + 20$ )  $\times$  ( $1 + 10$ )

#### - حل المسألة:

- تزويد الطلاب المعلمين بالإجابة الصحيحة باستخدام خدعة ضرب رقمية خاصة  
بجدول الضرب في العدد 11 كما هو موضح في محتوى الوحدة أعلاه.

#### - تفسير حل المسألة:

- لطلب من الطلاب المعلمين التفكير لمدة معينة في تفسير خدعة الضرب والبحث  
عن الإجراءات التي أوصلت إلى هذه الإجابة.
- الاستماع للاستراتيجيات التي استخدمها الطلاب المعلمون في تفسير خدعة  
الضرب ومناقشة آلية عملها بشكل جماعي.

#### - نمذجة الحل:

- اختيار استراتيجية فعالة واحدة فقط وشرح كيفية استخدامها بشكل نموذجي على  
السبورة.

#### - تطبيق استراتيجية الحل:

- يقوم الطلاب المعلمين بالتدريب المكثف على استخدام الاستراتيجيات الفعالة وذلك  
بحل مسائل ضرب عدد مكون من رقمين بعدد آخر مكون ذهنياً.

- تكرار نفس الخطوات مع استراتيجيات أخرى.

#### ٤- تقويم الوحدة

أعد الباحث اختبار الحساب الذهني، والذي تم استخدامه قبل وبعد تدريس  
الوحدة، بناءً على:

– شروط الاختبار:

- (١) أن يشتمل الاختبار على مسائل ضرب حسابية من نوع: (عدد مكون من رقمين مضروب بعدد آخر مكون من رقمين)
  - (٢) ألا يشتمل الاختبار على مسائل حسابية يمكن حلها باستخدام الخدع الرقمية التي تمت دراستها بالوحدة، وإنما فقط مسائل حسابية فقط يمكن حلها عن طريق استراتيجيات وإجراءات ذهنية باستخدام العلاقة ما بين الأرقام وقيمهم المكانية، والهدف هو قياس مدى انتقال أثر ما تعلمه الطلاب المعلمين خلال وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية إلى المسائل الأخرى والتي لا يمكن حلها باستخدام الخدع الرقمية وإنما ذهنياً فقط.
  - (٣) ألا يشتمل الاختبار على مسائل حسابية مضروبة في ١٠ أو مضاعفاتها، وذلك لسهولة حلها نسبياً باستخدام استراتيجية الأصفار الملحقة والذي قد يؤثر سلباً في تحقيق هدف الدراسة.
  - (٤) التنوع في اختيار المسائل بحيث توجد أعداد في مسائل الضرب من جميع الخانات العشرية (على سبيل المثال: من خانة العشرين ٢٦، من خانة الثلاثين ٣٧، من خانة الأربعين ٤٩ وهكذا)
  - (٥) اختيار عدد متساوٍ من مسائل حساب الضرب الرقمية التي تُحل بدون حمل وكذلك التي تستلزم القيام بعملية الحمل.
- (تم تطبيق الشروط ٣ و ٤ و ٥ في محاولة لضمان مستوى صعوبة مناسب للاختبار)

– إجراءات بناء الاختبار:

- إعداد مجموعة كبيرة من المسائل الرياضية استناداً للشروط ١ و ٢ و ٣ و ٤.
- اختيار ١٢ مسألة حسابية استناداً للشروط ٥ من المجموعة التي تكوينها لبناء الاختبار في صورته الأولية، حيث اشتمل على ٤ مسائل بدون أي عملية حمل، على سبيل المثال:

عشرات	آحاد	
٢	٣	
		×
١	٢	

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

و ٤ مسائل بعملية حمل واحدة أو اثنتين، على سبيل المثال:

عشرات	آحاد	
٣	٤	
		×
٦	١	
٢٠٧٤		

و ٤ مسائل بثلاث أو أربع عمليات حمل، على سبيل المثال:

عشرات	آحاد	
٧	٥	
		×
٢	٩	

- تحديد زمن الاختبار:

■ تمّ تحديد زمن الاختبار بناءً على ما ناقشته الدراسات السابقة مع الأخذ بعين الاعتبار عدد العمليات الداخلية (ضرب-جمع-حمل) في كل مسألة، وكان الزمن كالتالي: مسائل بدون أي عملية حمل (٢٥ ثانية لكل مسألة)، مسائل بعملية حمل واحدة أو اثنتين (٣٥ ثانية لكل عملية) ومسائل بثلاث أو أربع عمليات حمل (٤٥ ثانية لكل عملية)، وقد تبين ملائمة الزمن المحدد بعد تطبيق الاختبار على مجموعة من الطلاب (التفاصيل في خانة الضبط الإحصائي للاختبار).

- تصحيح الاختبار بحيث تمّ تعيين درجة لكل إجابة الصحيحة وصفر لكل إجابة خاطئة.

- تعليمات الاختبار:

تمّ تزويد الطلاب المعلمين بتعليمات الاختبار التالية:

■ تحلّ جميع المسائل ذهنياً فقط بدون الاستعانة بالآلة الحاسبة أو كتابة أي إجراءات على الورقة التي سيزودون بها حيث أن الورقة هي فقط لكتابة الإجابة النهائية.

- تقدم مسائل الاختبار منفردة متتابعة حسب التسلسل التالي:
  - ❖ إعلان الزمن المحدد لحل المسألة
  - ❖ كتابة المسألة على المسألة على السبورة وبدء الحل
  - ❖ الإعلان عن انتهاء الوقت المحدد ومسح المسألة من السبورة
  - ❖ كتابة حل المسألة من قبل الطالب في ورقة اجابته
  - ❖ الانتقال للمسألة التالية بنفس الخطوات وحتى الانتهاء من جميع مسائل الاختبار

وتم عرض المسائل منفردة عوضاً عن تقديم الاختبار كاملاً، حتى تأخذ كل مسألة حقها من الوقت، لأنه في حالة تقديم الاختبار كاملاً قد يقضى أحدهم جلّ الوقت على مسألة واحدة صعبة وقليل من الوقت على المسائل المتبقية أو حتى عدم التعرض لها نهائياً.

#### – الضبط الإحصائي للاختبار:

- صدق الاختبار: عرض الاختبار على مجموعة من المتخصصين في تدريس المناهج وطرق تدريس الرياضيات لإبداء الرأي والتأكد أن الاختبار يقيس ما وضع له، وتجاوزت نسبة الاتفاق نسبة الاتفاق ٩٠٪ على بنود التحكيم وكان هناك تعديل واحد فقط بخصوص ترتيب أحد المسائل في الاختبار حيث تم تقديمها على مسألة أخرى، وبالتالي اخرج اختبار الحساب الذهني بصورته النهائية.
- وضوح الاختبار: تم تطبيق الاختبار على مجموعة من الطلاب المعلمين وأظهرت النتائج وضوح الأسئلة والتعليمات ومناسبة الزمن.
- ثبات الاختبار: ثم قام الباحث بإجراء دراسة الاستطلاعية حيث طبق الاختبار على ١٢ طالباً معلماً، واستخدمت النتائج لمعرفة مدى دقة أسئلة الاختبار في قياس مهارة الحساب الذهني (الاتساق الداخلي Internal Consistency) حيث بلغت قيمة "ألفا كرونباخ" (Cronbach's Alpha): 0.866 وهي درجة مرتفعة تشير إلى ثبات ملائم للاختبار.

#### رابعاً: جمع البيانات وتحليلها:

##### ١- مصادر البيانات:

– تم جمع معلومات الدراسة من مصدرين رئيسيين:

- اختبار الحساب الذهني القبلي والبعدي
- ملاحظة نوعية "مقصودة ومباشرة ومحددة" أثناء تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية.

## ٢- إجراءات جمع البيانات من مصادرها وتحليلها

- تمت الإجراءات وفق الخطوات التالية:

- قام الطلاب بأداء اختبار الحساب الذهني القبلي قبل البدء بتدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية.
- قام الباحث بتدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية لمدة أسبوعين شاملاً أنشطة متنوعة ومتعددة لتفسير الخدعة الرقمية بالتركيز على المكائنة الرقمية للأرقام كما تم توضيحه سابقاً في بيانات الوحدة.
- قام الباحث بملاحظة أداء الطلاب في كل محاضرة أثناء تدريس الوحدة وتدوين العوامل الإيجابية للوحدة والتي يرى انها قد عملت على توسيع مدارك الطلاب المعلمون لخدعة الضرب الرقمية وتفسيرها وساعدتهم في تنمية مهارة الحساب الذهني لضرب عدد من رقمين بأي عدد آخر من رقمين وكذلك التحديات والتي يمكن أنها قد أثرت على تنمية مهارة الحساب الذهني من خلال هذه الوحدة، وقد تمت عملية تدوين الملاحظات على عدة مراحل كالتالي:
  - ١- خلال المحاضرة: تدوين التحديات أو الإيجابيات يلاحظها الباحث على بطاقة ملاحظة مفتوحة وذلك بشكل مختصر وسريع حفاظاً على وقت المحاضرة.
  - ٢- بعد المحاضرة مباشرة: يكتب الباحث تقريراً وصفيّاً موسعاً يصف فيه كل إيجابية أو تحدي تم تدوينه خلال المحاضرة، ومن ثم تقريراً تحليلياً يشرح فيه أسباب حدوث كل إيجابية أو تحدي ومدى أثره على تنمية الحساب الذهني
  - ٣- بعد الانتهاء من التجربة البحثية: جمع كل التقارير وتحليلها والربط فيما بينها.
- قام الطلاب بأداء اختبار الحساب الذهني البعدي بعد الانتهاء من تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية.
- ربط كل البيانات التي تم الحصول عليها من المصدرين الرئيسيين (اختبار الحساب الذهني القبلي والبعدي، والملاحظة النوعية) مع بعضها البعض وتحليلها للوصول إلى فهم لمدى فاعلية وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية على تنمية الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين وأسبابها.

## نتائج الدراسة:

إجابة السؤال الأول من أسئلة الدراسة وهو: ما فاعلية وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين؟  
تم صياغة الفرض: "لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (0,05) بين متوسطي درجات الطلاب المعلمين في اختبار الحساب الذهني القبلي والبعدي"، واختبار صحة هذا الفرض فقد تم استخدام اختبار "ت" الإحصائي لمجموعة واحدة أو مجموعتين مرتبطتين، والجدول التالي يوضح النتائج الإحصائية لعينة الدراسة.

المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة اختبار "ت"	الدلالة	حجم الأثر	
Mean	Std. Deviation	T test	Sig. (2-tailed)	Eta Squared	
6.41	3.141	5.189	0.000	0.704	الاختبار القبلي
8.26	2.363				الاختبار بعدي

### جدول (1) النتائج الإحصائية لعينة الدراسة

يتضح من الجدول أعلاه أن قيمة اختبار "ت" المسجلة (5,189) وهي أكبر من قيمة "ت" المجدولة (2,056)، وعليه فهي دالة إحصائياً ليس عند مستوى دلالة (0,05) بل أيضاً عند مستوى (0,001) كما يتضح من قيمة الدلالة من الجدول، وهذا يشير إلى وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات الطلاب المعلمين في اختبار مهارة الحساب الذهني القبلي والبعدي لصالح البعدي، وبالتالي هذه دليل على فاعلية وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين، وبتأثير كبير مقداره (0,704).

إجابة السؤال الثاني من أسئلة الدراسة وهو: ما الأسباب التي أدت إلى فاعلية أو عدم فاعلية تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية في تنمية مهارة الحساب الذهني لدى الطلاب المعلمين؟

### 1- الإيجابيات

من خلال ملاحظة سلوكيات الطلاب المعلمين أثناء تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية كان جلياً تمازج التأثير الإيجابي لكل من محتوى خدع الضرب الرقمية

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

واستراتيجية محادثات الأرقام معاً والذي أدى في النهاية إلى تحسّن أداء الطلاب المعلمين في اختبار الحساب الذهني البعدي. خدع الضرب الرقمية ما هي إلا تلاعب بالأرقام للحصول على إجابة صحيحة وسريعة لعملية الضرب في مدة لا تتجاوز خمس ثوان، يتم من خلالها تجاوز كل إجراءات الحل التقليدية، فكان الحصول على الإجابة النهائية بدون مجهود يذكر ولا زمن يُحسب أشبه بالسحر وعاملاً مشوقاً جداً للطلاب المعلمين لأداء مزيداً من العمليات الحسابية.

في الوقت نفسه، أثار غموض آلية عمل خدعة الضرب الرقمية وقدرتها على تجاوز كل إجراءات الحل التقليدية فضول الطلاب المعلمين، ممّ ولد لديهم رغبة قوية وحافزاً لاكتشاف سرّ هذه الخدعة، وهنا أتى دور "محادثات الأرقام" والتي هدفت في المقام الأول إلى اكتشاف الطرق المختلفة للوصول إلى الإجابة الصحيحة وليس على الإجابة ذاتها، حيث أتيحت الفرصة للطلاب المعلمين للنقاش الذهني وتقديم ما لديهم لأثبات صحة هذه الخدعة وتوضيح الإجراءات والاستراتيجيات المختلفة التي أدت للإجابة الصحيحة ومن ثمّ شرحها بالتفصيل بشكل جماعي لتعمّ الفائدة.

من زاوية أخرى، شعر الطلاب المعلمون بشكل عام أثناء دراسة الوحدة بالثقة لقدرتهم على الحصول على إجابة بشكل دقيق وسريع عن طريق الخدع الرقمية مما زرع فيهم أهمية الحساب الذهني في توفير الوقت والجهد، وزادهم ثقةً قدرتهم أيضاً على امتلاكهم المعرفة الإجرائية والمفاهيمية لهذه الخدع عن طريق محادثات الأرقام.

ولكن هذا التحسّن في أداء الطلاب المعلمين مرّ بمراحل، ففي بداية تدريس الوحدة، أتضح عدم امتلاك بعض الطلاب المعلمين لاستراتيجيات حساب ذهني يمكن استخدامها لتوضيح آلية عمل خدع الضرب الرقمية، وآخرون أظهروا معرفة ببعض الاستراتيجيات ولكن لم تكن لديهم الطلاقة في استخدامها لعدم حصولهم على التدريب الكافي على استخدامها، والجزء الأخير أظهر قدرة متميزة في تطبيق استراتيجيات معينة، ولكن في نهاية تدريس الوحدة، كان الوضع مختلفاً حيث لوحظ تحسن ملموس في استخدام الاستراتيجيات ويمكن عزو ذلك لمناقشة الاستراتيجيات بشكل جماعي والتدريب على استخدامها بشكل عملي فردي حيث كان عاملاً مهماً وخطوة محورية في طريق تحسن مهارة الحساب الذهني وهذا يتفق مع ما ذكره (Olsen, 2015) بضرورة تدريس استراتيجيات الحساب الذهني والتدريب عليها وليس الافتراض بامتلاك المتعلم لها.

وقد بدأ أغلب الطلاب المعلمين بالطريقة التقليدية لإثبات صحة عمل الخدعة الرقمية وذلك بالحصول على الحل ذهنياً عن طريق ضرب الأرقام ببعض بدءاً من القيمة المكانية الأصغر للأكبر، حيث تمّ نقاش خطوات الحل ذهنياً، على سبيل المثال (11×23)

تحل عن طريق الخدعة الرقمية بخطوتين فقط: (أولاً جمع  $(2+3) = 5$  و (ثانياً) وضع الناتج بين رقمي الآحاد والعشرات ذاتهما فتكون الإجابة هي ٢٥٣ ذهنياً، قام الطلاب بتفسير المسألة بالطريقة التقليدية كالتالي:

	٢٠	٣			
			×		
	١٠	١			
مئات	عشرات	آحاد			
		٣		= ٣ × ١	
	٢	٠		= ٢٠ × ١	
	٣	٠		= ٣ × ١٠	
٢	٠	٠		= ٢٠ × ١٠	
٢	٥	٣		المجموع	

ثم تم شرح الخطوات التي استخدمها الطلاب ذهنياً على السبورة بالتفصيل حيث اتضح من خلال خطوات الحل سر بقاء رقمي الآحاد والعشرات للعدد المضروب في ١١ كما هما في الإجابة النهائية وكذلك سر جمعها ووضع ناتج جمعها في المنتصف. من خلال "محادثة الأرقام"، استطاع الطلاب المعلمين استيعاب العلاقة بين الأرقام والمكانة الرقمية لكل منها، وقاموا بحل عدة مسائل مختلفة ذهنياً بهذا الطريقة التقليدية.

وعلى الرغم من فاعلية الطريقة التقليدية في التوصل للحل ذهنياً، إلا أن بعض الطلاب المعلمين شعروا بأن الطريقة التقليدية تستلزم وقتاً طويلاً نسبياً للوصول للحل. ومن خلال النقاش بهدف إيجاد طرق حل أخرى، تم التوصل لاستخدام استراتيجية النهاية الأمامية (وقد كانت أكثر الاستراتيجيات فاعلية واستخداماً) حيث تتم عملية الضرب بدءاً من القيمة المكانية الأكبر كالتالي:

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

	٢٠	٣		
			×	
	١٠	١		
مئات	عشرات	آحاد		
٢	٠	٠		= ٢٠ × ١٠
	٣	٠		= ٣ × ١٠
	٢	٠		= ٢٠ × ١
		٣		= ٣ × ١
٢	٥	٣		المجموع

مما سبق، يتضح أن استراتيجية محادثة الأرقام قد أتاحت الفرصة للطلاب المعلمين بممارسة التفكير بأنفسهم والمشاركة بإنتاج المعرفة بعكس الطرق التقليدية التي تُقيد الطالب وتجعله متلقياً ومستمعاً فقط لطريقة تفكير معلمه بالمسائل الرياضية.

## ٢- التحديات

بحكم أن "محادثات الأرقام" تعتمد بشكل رئيسي على النقاش وتبادل الآراء والجدل، فقط كان عامل الزمن من أكبر التحديات حيث أن إعطاء ٢٧ طالباً معلماً الفرصة لطرح استراتيجياتهم وتوضيح إجراءات حلولهم بشكل فردي قد يستهلك وقت المحاضرة، لذا تم تقسيم الطلاب المعلمين إلى مجموعات صغيرة وتحويل طريقة التدريس لتناسب مع المجموعات. فبعد عرض مسألة حسابية معينة وحلها بأحد الخدع الرقمية على السبورة من قبل الباحث، طلب الباحث من الطلاب المعلمين تفسير حل المسألة ذهنياً بشكل فردي لمدة محددة من الزمن، ثم مناقشة ما توصلوا إليه كل مع أفراد مجموعته، وبعدها بدأت كل مجموعة بشرح الاستراتيجية التي استخدموها بالترتيب وذلك خلال بيئة حوارية أخذ فيها الباحث دور الوسيط والموجه للعملية التعليمية. إذا كانت الاستراتيجية فعالة، قام الباحث بشرح كيفية استخدامها بشكل نموذجي على السبورة ومن ثم تدريب كل الطلاب المعلمين على تطبيقها باستخدام مسائل أخرى. إذا كانت الاستراتيجية غير فعالة، تم

الانتقال لمناقشة استراتيجية أخرى. وبذلك تمّ استغلال وقت المحاضرة بشكل مفيد مع ضمان مشاركة الجميع بشكل فعال.

من التحديات أيضاً كان في عدم تمكن مجموعة صغيرة من الطلاب المعلمين من بعض حقائق الضرب الأساسية الكبيرة (حقائق الضرب ذات الرقم الواحد على سبيل المثال:  $7 \times 9$ ) مما أعاقهم من استكمال حل بعض مسائل الضرب ذات العدد المكون رقمين (على سبيل المثال:  $27 \times 19$ ) سواءً أثناء تدريس الوحدة أو في الاختبار، وهذا يتفق مع ما أكدت عليه الهيئة الاستشارية الوطنية للرياضيات **National Mathematics Advisory Panel, 2008**) في الولايات المتحدة الأمريكية بأن الطلاقة الحسابية في حقائق الرياضيات الأساسية (إيجاد إجابة سريعة وبدون عناء لحقائق عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة) لا غنى عنها للطلاب لتعلم مستويات أعلى في الرياضيات، حيث أن الطلاب الذي يجيدون حقائق الرياضيات الأساسية غالباً لديهم معدل نجاح أعلى في مواضيع متقدمة مثل الجبر من أولئك الذين لديهم صعوبات في استرجاع حقائق الرياضيات الأساسية بسهولة عند احتياجهم لها، وهذا يتفق مع ما توصل إليه (Hajra & Kofman, 2017).

وهذا لا يعني، في الوقت نفسه، تدريس الطلاب لحقائق الرياضيات الأساسية بدون فهم، وإنما يجب على الطلاب استيعاب معنى عمليات الجمع والطرح والضرب والقسمة، على سبيل المثال: (الضرب هو جمع مكرر حيث أن  $4 \times 3 = 4 + 4 + 4$ ) ثم التدريب المستمر على حقائقها حتى تنقل هذه الحقائق من الذاكرة العاملة **Working Memory** وهي جزء محدود من ذاكرة الإنسان لمعالجة أفكار محدودة وتخزينها بشكل مؤقت، إلى الذاكرة طويلة المدى **Long Term Memory** وهي جزء كبير من ذاكرة الإنسان لحفظ المعلومات بشكل ثابت ولوقت طويل، حيث يتم تخزينها بشكل دائم واستدعاؤها متى تمت الحاجة إليها بسرعة وبدون عناء للمساهمة في استيعاب أفكاراً ذات مستوى أعلى.

ويوضح (Driscoll, 2005) هذه النظرية في معالجة المعلومات حيث أن الذاكرة العاملة ما هي إلا مخزن مؤقت للمعلومات كونها تعالج معلومات محدودة وتحتفظ بها لوقت محدود. وحتى يتم الاحتفاظ بهذه المعلومات بشكل ثابت ويتم تذكرها لوقت طويل، يجب أن يتم تحويلها إلى الذاكرة طويلة المدى، وذلك عن طريق خطوتين: (١) الترميز وهو ربط المعلومات الجديدة بمعلومات قديمة موجودة مسبقاً في الذاكرة طويلة المدى حتى يسهل تذكرها (٢) التكرار وهو إعادة نفس المعلومات والتدريب عليها لمدة معينة. عدم القيام بهاتين الخطوتين، يؤدي غالباً إلى فقد المعلومات. أما في حالة القيام بهاتين الخطوتين، فإن المعلومات ستنقل إلى الذاكرة طويلة المدى ويمكن استدعاؤها

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

بسرعه وبدون عناء في أي وقت وبالتالي تفسح المجال لمعلومات أخرى جديدة يمكن معالجتها في الذاكرة العاملة.

وهذا يفسر عدم قدرة بعد الطلاب المعلمين على حل بعض مسائل الضرب المكونة من عدد ذو رقمين بعدد آخر ذو رقمين لأن مساحة الذاكرة العاملة لديهم مشغولة تماماً بالحصول على قيم حقائق الضرب الأساسية وليست على إجراءات حل المسائل الجديدة، بعكس أقرانهم الذين لديهم القدرة على استرجاع حقائق الضرب الأساسية بسرعه وبدون عناء من الذاكرة طويلة المدى واستغلال مساحة الذاكرة العاملة لمعالجة إجراءات حل المسائل، ويمكن تلخيص هذا بأن الطلاقة الحسابية في حقائق الرياضيات الأساسية تؤدي إلى تخزين هذه الحقائق في الذاكرة طويلة المدى، وبالتالي تحرير الذاكرة العاملة وتفرغ مساحتها لاستخدامها في معالجة مسائل رياضية ذات مستوى أعلى.

وقد تمّ التعامل مع هذا التحدي مباشرةً في بداية تدريس الوحدة حيث كان جلياً استيعاب هؤلاء الطلاب المعلمين لمفهوم عمليتي الجمع والضرب ولكنهم لا يملكون الطلاقة الحسابية المطلوبة في حقائقهما بسبب قلة التدريب في الغالب، مما يشير إلى وجد ثغرة علمية، فالمعرفة المفاهيمية موجودة ولكن الإجرائية مفقودة. ومساهمة في سدّ هذه الثغرة، تمّ تزويدهم ببعض الحلول ومنها خدع ضرب رقمية مشوقة خاصة بحقائق الضرب الأساسية ذات الرقم الواحد، على سبيل المثال لا الحصر:

- ترتيب الأعداد ٥ و٦ و٧ و٨ تنازلياً يعطي  $8 \times 7 = 56$  وهذا ينطبق على  $4 \times 3 = 12$
- عند ضرب الأعداد الزوجية بستة، الناتج ينتهي بنفس رقم المضروب به في خانة الآحاد + نصف المضروب به في خانة العشرات:  
 $6 \times 8 = 48$  وهي ٨ آحاد + ٤ عشرات

ولكن لم يتسنى للباحث قياس مدى تحسن مستوى الطلاقة الحسابية في حقائق الرياضيات الأساسية لدى هؤلاء الطلاب، إن وُجد، لأنه خارج حدود الدراسة الحالية.

باختصار، على الرغم من وجود بعض التحديات أثناء تدريس وحدة محادثات خدع الضرب الرقمية، إلا إن التمازج الإيجابي بين دوري محتوى "خدع الضرب الرقمية" واستراتيجية "محادثات الأرقام" كان كفيلاً بالتغلب على هذه التحديات. خدع الضرب الرقمية ممتعة والبحث عن سرها أكثر متعة، فهي فعالة تُوصل للإجابة بأقل وقت ومجهود، وغامضة في الوقت ذاته تُحفز على البحث والتخمين، فكان اندماجها مع استراتيجية محادثات الأرقام زيادةً لفعاليتها وإزالةً لغموضها، حيث ساعدت استراتيجية محادثات الأرقام الطلاب المعلمين على الانخراط في تفكير عميق ونقاش مثمر حول آلية عمل خدع الضرب الرقمية واكتشاف العلاقة ما بين الأرقام وقيمها المكانية والتعامل مع استراتيجيات

حساب ذهني متنوعة، مما أدى إلى تحسّن ملحوظ في مهارة الحساب الذهني لديهم. وهذا يتفق مع الدراسات التي أشارت التأثير الإيجابي لاستخدام خدع الضرب الرقمية (e.g. Mathews, 2008) واستخدام استراتيجيات محادثات الأرقام (e.g. Lustgarten & Maney, 2019) في عملية تعليم وتعلّم الرياضيات.

#### التوصيات:

في ضوء نتائج الدراسة الحالية، يوصي الباحث بدعم الركائز الأساسية للحساب الذهني في برامج إعداد المعلمين حتى تُنتج طالباً معلماً متمكناً من مهارة الحساب الذهني وقادراً على غرسها بالشكل الأمثل في طلابه عند ممارسته لعملية التدريس في المستقبل، وذلك عن طريق:

- تضمين الحساب الذهني في برامج إعداد المعلمين بشكل واضح.
- دعم الطالب المعلم في امتلاك الطلاقة الحسابية لحقائق عمليات الرياضيات الأساسية (الجمع والطرح والضرب والقسمة) إن لم يكن يمتلكها، فبدونها سيعاني عند إجراء العمليات الحسابية ذهنياً.
- تزويد الطالب المعلم باستراتيجيات الحساب الذهني وتدريبه على كيفية استخدامها، وعدم الافتراض بامتلاكه لها.
- تدريب الطالب المعلم على كيفية اختيار الاستراتيجية المناسبة لكل عملية حسابية ذهنية، فما يناسب عملية ما قد لا يناسب أخرى.
- إشراك الطالب المعلم في أنشطة حسابية مشوّقة، مثل خدع الضرب الرقمية، تدفعه للبحث والاكتشاف وكذلك استشعار فائدة الحساب الذهني في حياته العلمية والعملية.
- استخدام استراتيجيات تدريس مرنة، مثل محادثات الأرقام، تُعطي الطالب المعلم الفرصة لطرح أفكاره، بغض النظر عن صحتها، ومناقشتها بحرية، حيث يُدعم الصحيح منها ويتم مشاركته مع أقرانه ويُصحح الخاطئ منها، وهذا قد يساهم في تعزيز الثقة بالنفس ورفع مستوى تقدير الذات.

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

---

### المقترحات:

- ١- القيام بمزيد من الدراسات النوعية التشخيصية والتي تركّز على "كيف" و"لماذا" يعاني بعض الطلاب المعلمين من ضعف في الحساب الذهني، حتى يتم تقديم الحلول المناسبة، فلا يمكن حل مشكلة ما بدون فهم أسبابها.
- ٢- القيام بدراسات لمعرفة آراء المتخصصين في أفضل الطرق لكيفية تضمين الحساب الذهني في برامج إعداد المعلمين، بحيث يسهم في تحسين حياة الطالب المعلم العلمية والعملية وكذلك طلابه في المستقبل.

## مراجع الدراسة

### أولاً: المراجع العربية:

- ١- بشاي، زكريا. (٢٠١٦). أثر استخدام استراتيجية محادثات الأعداد (Number Talks) في تدريس وحدة مقترحة في الحساب الذهني على تنمية مهارات الطلاقة الحسابية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. مجلة تربويات الرياضيات، جامعة بنها، (١٩) ١٣، ٢٢٢-٢٦٢.
- ٢- الزيود، نعمة والشرع، إبراهيم. (٢٠١٩). أثر استخدام الألعاب الإلكترونية في التحصيل الرياضي وتنمية الحساب الذهني لدى طلبة الصف الثالث الأساسي في الأردن. مجلة العلوم التربوية، (٤٦) ٢، ٤٦٩-٤٨٣.
- ٣- السعدي، رفاه والطائي، تغريد. (٢٠١١). الصعوبات التي تواجه تلامذة المرحلة الابتدائية في الحساب الذهني من وجهة نظر معلمهم. مجلة الفتح، (٤٧)، ٢٥٣-٢٧٥.
- ٤- الشافعي، صبيحة وعثمان، زمني. (٢٠١٢). مبادئ البحث التربوي. المملكة العربية السعودية، الرياض: مكتبة الرشد.
- ٥- العبد الكريم، راشد. (٢٠١٨). البحث النوعي في التربية. المملكة العربية السعودية، الرياض: مكتبة الرشد.
- ٦- العجمي، أمل. (٢٠١٤). دراسة مستوى أداء تلاميذ الصف السادس في دولة الكويت في الحساب الذهني والاستراتيجيات التي يستخدمونها واتجاهاتهم نحو الحساب الذهني. رسالة الخليج العربي، (٣٥) ١٣٢، ١٥-٣٦.
- ٧- عفانة، هناء. (٢٠١٢). أثر برنامج مقترح لتنمية مهارات الحس العددي لدى طالبات الصف الخامس الأساسي. رسالة ماجستير، الجامعة الإسلامية بغزة.
- ٨- العنزي، علي. (٢٠١٩). دراسة طبيعة البرهان الرياضي لدى الطلاب المعلمين بكلية التربية جامعة جازان. مجلة العلوم التربوية، (٢٧) ٢، ٢٤٦-٢٧٦.
- ٩- غنية، هناء. (٢٠١١). فعالية برنامج مقترح في ضوء التعليم البنائي في تنمية مهارات الحساب الذهني لدى تلاميذ المرحلة الابتدائي، مجلة البحث العلمي في التربية، (١٢) ٤، ١٢٨١-١٣١٢.
- ١٠- قدوري، هنيذة وموافي، سوسن. (٢٠١٩). أثر استخدام استراتيجية الماوسات المتعددة Mouse Mischief في تنمية مهارات الحساب الذهني والتقدير لدى تلميذات ضعاف السمع بالصفوف الأولية بجهة. رابطة التربويين العرب. (١٠٧)، ٣٠٢-٣٢٢.

فاعلية وحدة مقترحة قائمة على محادثات خدع الضرب الرقمية (Multiplication Trick Talks) .....  
د/ علي بن عبد الله العنزي

١١- القضاة، أحمد وقاسم، رياض. (٢٠١٥). أثر استراتيجيات حل المشكلات في تدريس الرياضيات على التحصيل وتنمية مهارة الحساب الذهني لدى طلبة المرحلة الأساسية. مجلة العلوم الاجتماعية والإنسانية، (٩)، ٧-٢٥.

١٢- مطاوع، ضياء وجعفر الخليفة، حسن (٢٠١٩). البحث التربوي الكمي والنوعي والإجرائي وتطبيقاته في حلقة البحث. المملكة العربية السعودية، الرياض: مكتبة الرشد.

١٣- النوح، مساعد. (٢٠١١). مبادئ البحث التربوي. المملكة العربية السعودية، الرياض: مكتبة الرشد.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

14- Abhishek, V. (2017). *Mental Math: Tricks to Become A Human Calculator*. SAGE Publishing.

15- Australian Education Counsel (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools: A joint project of the States, Territories and the Commonwealth of Australia*. Carlton, Victoria: Curriculum Corporation for the Australian Education Council.

16- Australian Education Counsel (1991). *Mathematics: A curriculum profile for Australian schools*. Carlton, Victoria: Curriculum Corporation for the Australian Education Council.

17- Benjamin, A., & Shermer, M. (2008). *Secrets of Mental Math: The Mathemagician's Guide to Lightning Calculation and Amazing Math Tricks*. Crown Pupliching Group, New York.

18- Driscoll, M. (2005). *Psychology of learning for instruction*. Allyn & Bacon, Boston: MA

19- Flick, M., & Kuchey, D. (2015). Contest corner: Increasing classroom discourse and computational fluency through number talks. *Ohio Journal of School Mathematics*, (71), 38-41.

20- Hajra, S., and Kofman, V. (2017). The Effects of Mental Math Strategies on Pre-service Teachers' Self-awareness and Computational Skill. *Journal of Mathematics Education*, 10 (1), 92-108.

21- Kelly, G. (2014). *Short-Cut Math*. Dover Publications, New York.

22- Lustgarten, A., and Maney, G. (2019). Examining number talks with secondary preservice teachers. *Ohio Journal of School Mathematics*, 80, 22-30.

- 23- Ma L. (1999). **Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.** Mahwah (NJ): Lawrence Erlbaum Associates.
- 24- Mathews, M. (2008). **Selecting and Using Mathemagic Tricks in the Classroom.** *The Mathematics Teacher*, 102 (2), 98-101.
- 25- **National Council of Teacher of Mathematics. (2000). Principles and standard for school mathematics.** Reston, VA: National Council of Teacher of Mathematics.
- 26- **National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: The final report of the National Mathematics Advisory Panel.** Washington, DC: U.S. Department of Education.
- 27- Olsen, J. (2015). **Five keys for teaching mental math.** *Mathematics Teacher*, 108 (7), 543-547.
- 28- Parrish, S. (2011). **Number talks build numerical reasoning.** *Teaching Children's Mathematics*, 18(3), 198-206.
- 29- Parrish, S. (2014). **Number Talks: Helping Children Build Mental Math and Computation Strategies.** Sausalito, CA: Math Solutions.
- 30- Parrish, S., & Dominick, A. (2016). **Number talks: Fractions, decimals, and percentages.** Sausalito, CA: Math Solutions.
- 31- Trafton, P.R. (1978). **Estimation and mental arithmetic: Important components of computation.** In M.N. Suydam & R.E. Reys (Eds.), *Developing computational skills: 1978 yearbook.* Reston, Vancouver: NCTM.